



ROTEIRO DE LABORATÓRIO

1. Número da Experiência: 4
2. Título: Controle de Sistemas Dinâmicos: Sistema de Segunda Ordem
3. Objetivos: Esta prática tem como objetivos:
 - O aprimoramento das habilidades na utilização de microcomputadores para controle de sistemas;
 - O reforço da conceituação das ações de controle proporcional (P), integral (I) e derivativa (D);
 - Implementação de controladores P, PI, PD, PID e PI-D em sistemas de segunda ordem.
4. Equipamento Utilizado: São necessários para realização desta experiência:
 - Um microcomputador PC com um compilador C++;
 - Uma placa de aquisição de dados MultQ3 da Quanser;
 - Um módulo de potência UP-15-03;
 - Um sistema de tanques acoplados da Quanser (*Configuração 2*);
5. Introdução:

5.1. *Sistemas de Segunda Ordem*

Considere a seguinte equação diferencial de segunda ordem:

$$a \ddot{c}(t) + b \dot{c}(t) + dc(t) = er(t)$$

Definindo: $\frac{b}{a} = 2\zeta\omega_n$; $\frac{d}{a} = \omega_n^2$; $\frac{e}{a} = K$

onde ζ é o fator de amortecimento, ω_n é a frequência natural e K é o ganho do sistema, temos:

$$\ddot{c}(t) + 2\zeta\omega_n \dot{c}(t) + \omega_n^2 c(t) = Kr(t)$$

Aplicando Laplace com C.I. nulas: $\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$

Considerando $K = \omega_n^2$: $\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$

Pólos do sistema: $s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 = 0 \Rightarrow s = -\zeta\omega_n \pm \omega_n \sqrt{\zeta^2 - 1}$

Exemplos de sistemas de 2ª ordem: circuito RLC, sistema massa-mola-atrito, servomecanismo de posição...

Temos três casos:

- a) $0 < \zeta < 1$: Caso SUBAMORTECIDO. O sistema tem dois pólos complexos conjugados e apresenta oscilações;
- b) $\zeta = 1$: Caso CRITICAMENTE AMORTECIDO. Dois pólos reais e iguais. A partir deste valor de ζ o sistema passa a não ter mais oscilações;
- c) $\zeta > 1$: Caso SOBREAMORTECIDO. Dois pólos reais e distintos. A medida que ζ aumenta, o comportamento do sistema se aproxima do comportamento de um sistema de 1ª ordem.

Resposta ao Degrau Unitário

a) Caso Subamortecido:
$$c(t) = 1 - \frac{e^{-\zeta \omega_n t}}{\sqrt{1-\zeta^2}} \operatorname{sen} \left(\omega_d t + \operatorname{tg}^{-1} \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta} \right)$$

onde: $\omega_d = \sqrt{1-\zeta^2} \omega_n$ é a frequência natural amortecida.

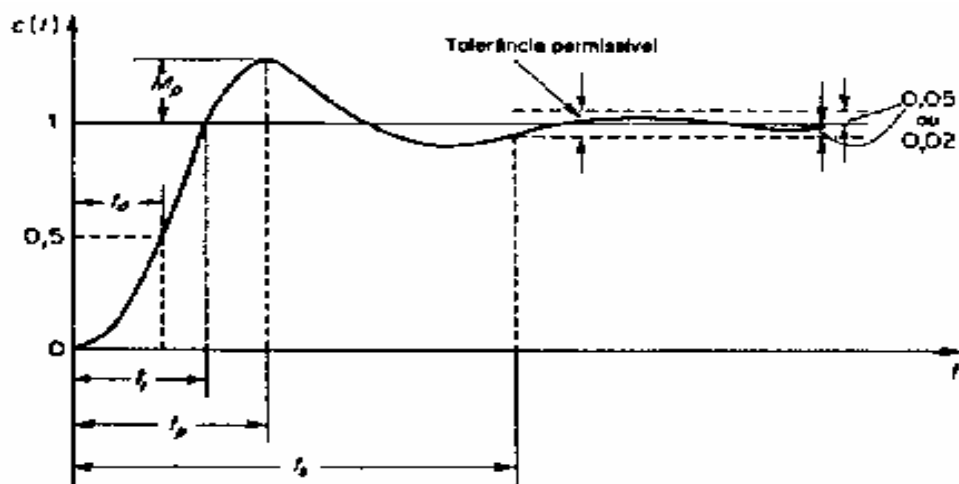
Se $\zeta = 0$, então: $c(t) = 1 - \cos \omega_n t$

b) Caso criticamente amortecido: $c(t) = 1 - e^{-\omega_n t} (1 + \omega_n t)$

c) Caso sobreamortecido:
$$c(t) = 1 + \frac{\omega_n}{2\sqrt{\zeta^2 - 1}} \left(\frac{e^{-s_1 t}}{s_1} - \frac{e^{-s_2 t}}{s_2} \right)$$

onde $s_1 = (\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1}) \omega_n$ e $s_2 = (\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1}) \omega_n$

Especificações de Resposta Transitória



Definições

a) Tempo de Subida, t_r : É o tempo necessário para que a saída atinja pela primeira vez o seu valor final

$$t_r = \frac{p - b}{w_d}; \quad \text{onde } b = tg^{-1} \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$$

b) Tempo de Pico, t_p : É o instante de tempo em que a resposta atinge o primeiro pico do sobre-sinal.

$$t_p = \frac{p}{w_d}$$

c) Sobre-Sinal Máximo (*Overshoot*), M_p : É o valor máximo de pico da curva de resposta medido a partir do valor final.

$$M_p(\%) = \frac{c(t_p) - c(\infty)}{c(\infty)} \times 100\%$$

$$c(t_p) = 1 + e^{-\left(\frac{xp}{\sqrt{1-x^2}}\right)}$$

logo:

$$M_p(\%) = 100e^{-\left(\frac{xp}{\sqrt{1-x^2}}\right)}$$

OBS: O sobre-sinal máximo depende somente do valor do coeficiente de amortecimento x

d) Tempo de Acomodação (estabilização), t_s : É o tempo necessário para que a resposta alcance e permaneça dentro de uma faixa em torno do valor final. Esta faixa é especificada por uma porcentagem absoluta do valor final (2% ou 5%).

$$t_s = \frac{4}{xw_n} \quad (\text{critério de 2\%})$$

$$t_s = \frac{3}{xw_n} \quad (\text{critério de 5\%})$$

OBS: As curvas e especificações calculadas são válidas somente para sistemas de 2ª ordem, cuja função de transferência apresenta dois pólos e nenhum zero.

6. Desenvolvimento:

1°. Adapte o programa desenvolvido na prática anterior, para efetuar também o controle em malha fechada do sistema de tanques de segunda ordem (configuração 2). O programa, além das funções anteriormente implementadas, deve ainda:

- a) Solicitar inicialmente, informações sobre qual configuração estará sendo controlada, para que possa fazer a leitura do sensor correto;
- b) O programa deve fornecer ao usuário as mesmas opções de controle para o sistema de segunda ordem (configuração 2), que já eram oferecidas na versão anterior para o sistema de primeira ordem (Configuração 1).
- c) O programa deve ter uma opção de análise da resposta do sistema, onde deverá fornecer:
 - i. O tempo de subida de 0 à 100% (t_r);
 - ii. O máximo sobre-sinal percentual (M_P);
 - iii. O tempo de pico (t_P);
 - iv. O tempo de acomodação para 2% da referência (t_{S2}).

2°. Verifique e descreva em seu relatório a diferença no comportamento do sistema com cada um dos controladores.

3°. Para cada tipo de controlador, verifique e descreva em seu relatório o comportamento do sistema para diferentes valores dos ganhos.

4°. Que observações podem ser feitas sobre os sistemas de primeira e de segunda ordem, com relação ao comportamento e ao ajuste dos controladores.