Fábio Meneghetti Ugulino de Araújo (http://www.dca.ufrn.br/~meneghet)

ROTEIRO DE LABORATÓRIO

1. *Número da Experiência*: 2

2. *Título*: Modelagem Matemática de Sistemas Dinâmicos.

3. *Objetivos*: Esta prática tem como objetivos:

- Introdução ao sistema de tanques acoplados, da Quanser, disponível no laboratório;
- Aprender a manusear corretamente o equipamento: Sistemas de tanques, modulo de potência, Placa de Aquisição, Microcomputador e cabos de conexão;
- A contextualização da etapa de modelagem na solução de problemas de controle;
- O levantamento de um modelo matemático para o sistemas de tanques, que será muito útil posteriormente, em projetos de controladores para este sistema;

4. *Equipamento Utilizado*: São necessários para realização desta experiência:

- Um microcomputador PC;
- Uma placa de aquisição de dados MultQ da Quanser;
- Um módulo de potência UP-15-03;
- Um sistema de tanques acoplados da Quanser;

5. *Introdução*:

5.1. *O problema de Controle*

Antônio C. Faleiros e Takashi Yoneyama, em seu livro; Teoria Matemática de Sistemas (2002), definem *problema de controle* como sendo necessidade de se determinar uma forma de afetar um dado *sistema físico* de forma que seu comportamento atenda a um conjunto de exigência determinadas a priori, chamadas de *especificações de desempenho*. Richard C. Dorf e Robert H. Bishop, em seu livro; Sistemas de Controle Moderno (8ª Edição, 1998), afirmam ainda que: “Para compreender e controlar sistemas complexos, deve-se obter *modelos matemáticos* quantitativos destes sistemas”. Pode-se notar, a partir das declarações acima citadas, que a obtenção de modelos matemáticos (modelagem) constitui uma etapa fundamental na solução de problemas de controle.

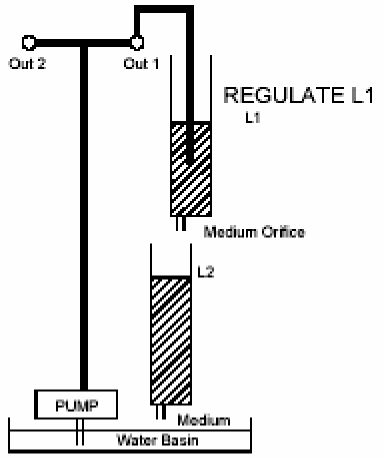
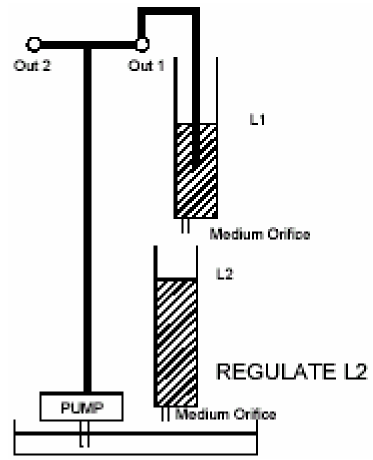
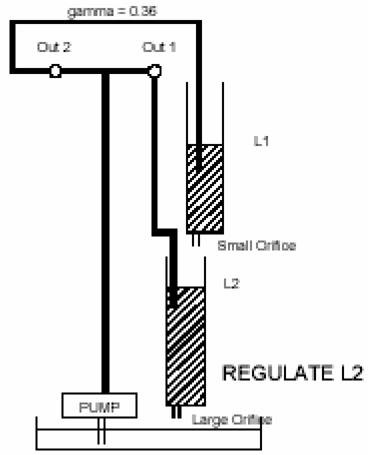
5.2. *O sistema de tanques acoplados*

O sistema de tanques acoplados é um "kit" didático da Quanser composto basicamente por: 2 tanques, 1 reservatório e tubos flexíveis para conexão.

A bomba eleva o líquido, desde o reservatório, até 2 duas conexões hidráulicas do tipo normalmente fechadas, denominadas OUT1 e OUT2. Tubos podem ser ligados a estas conexões de forma que o líquido passe para os tanques 1 e/ou 2. O líquido que sai do tanque 1, que é o tanque mais alto, flui por gravidade para dentro do tanque 2, passando através de um orifício, cujo diâmetro pode ser variado através de uma simples troca de peças. Do tanque 2, também por gravidade, o líquido flui de volta para o reservatório, passando por um orifício com as mesmas características do orifício do tanque 1. Cada um dos tanques está dotado com um sensor de nível, que fornece um sinal elétrico em função da altura da coluna de líquido no respectivo tanque.

O sistema de tanques acoplados contém ainda conexões elétricas de entrada e saída através das quais se pode enviar os sinais dos sensores para sistemas de aquisição de dados e receber sinais de controle para o acionamento da bomba.

Dependendo do tanque onde se quer controlar o nível de líquido e da forma como se ligam as conexões OUT1 e OUT2, são possíveis três diferentes configurações:

Configuração 1	**Configuração 2**	**Configuração 3**
		
Apenas com o tanque 1	Com os dois tanques, mas com alimentação apenas no tanque 1. Deseja-se controlar o nível de líquido no tanque 2	Com os dois tanques. Ambos sendo alimentados. Deseja-se controlar o nível de líquido no tanque 2

5.3. Modelo matemático para o sistema de 1ª ordem (Configuração 1)

A vazão fornecida pela bomba, que é acionada por um motor DC, é diretamente proporcional a tensão que alimenta este motor. Nesta configuração, toda a vazão da bomba passa apenas para o tanque 1, sendo assim, esta vazão é chamada de vazão de entrada ($F1_{in}$) do tanque 1. A relação entre a tensão de alimentação da bomba (V_P) e a vazão de entrada no tanque 1 é dada por:

$$F1_{in} = K_m V_P \quad \left[\mathrm{cm}^3 / \mathrm{s} \right] \tag{1}$$

onde: K_m é a constante da bomba.

A velocidade com que o líquido escoa pelo orifício de saída do tanque 1, é dada pela equação de Bernoulli para pequenos orifícios (*com relação ao escoamento de água*):

$$v_{out} = \sqrt{2gL_1} \quad \left[\mathbf{cm} / \mathbf{s} \right] \tag{2}$$

onde: g é a aceleração da gravidade em [cm/s^2] e L_1 é o nível de água no tanque 1 em [cm].

Desta forma, a vazão de saída do tanque 1 pode ser dada por:

$$F1_{out} = a_1 v_{out} = a_1 \sqrt{2gL_1} \quad \left[\mathrm{cm}^3 / \mathrm{s} \right] \tag{3}$$

onde: a_1 é a área do orifício de saída do tanque 1 em [cm^2].

A taxa de variação do nível do tanque 1 ($\dot{L}_1$) é obtida dividindo-se a taxa de variação volumétrica ($\dot{V}$) pela área da base do tanque 1 (A_1). Sendo que a variação volumétrica no tanque 1 é dada pela diferença entre as vazões de entrada e de saída.

5.4. Modelo matemático para o sistema de 2ª ordem (Configuração 2)

Também nesta configuração, toda a vazão da bomba passa apenas para o tanque 1. Por sua vez, o liquido transportado até o tanque 1 flui, sob o efeito da gravidade, pelo seu orifício de saída chegando até o tanque 2, de onde conclui-se que a vazão de entrada do tanque 2 é exatamente a vazão de saída do tanque 1:

$$F2_{in} = F1_{out} = a_1 v_{out} = a_1 \sqrt{2gL_1} \quad \left[\mathrm{cm}^3 / \mathrm{s} \right] \tag{4}$$

A vazão de saída do tanque 2, de forma análoga ao que foi determinado para o tanque 1, pode ser dada por:

$$F2_{out} = a_2\sqrt{2gL_2} \quad \left[\mathrm{cm}^3/\mathrm{s}\right] \tag{5}$$

onde: a_2 é a área do orifício de saída do tanque 2 em [cm^2].

A taxa de variação do nível do tanque 2 ($\dot{L}_2$), assim como no caso do tanque 1, é obtida dividindo-se a taxa de variação volumétrica ($\dot{V}$) pela área da base do tanque (A_2).

6. Desenvolvimento:

1º. Considerando a configuração 1:

a) Desenvolva uma rotina de teste para calcular o tempo gasto para encher o tanque até um nível fixo (*por exemplo 20 cm*) para valores de tensão de 1 à 3 volts (com passos de 0,2v, por exemplo). A rotina deve receber o nível de parada (*por exemplo 20 cm*) e a tensão que deve ser usada no ensaio, e, deve fornecer o tempo gasto para encher o tanque até o nível de parada com a tensão indicada.

b) Monte uma tabela, desenhe o gráfico *tensão x tempo* e faça um ajuste linear. Sabendo que o diâmetro interno do tanque 1 é de 4,445cm e que a tensão real aplicada a bomba (após passar pelo amplificador do módulo de potência) é 5 vezes maior que o valor selecionado no programa, calcule o valor de K_m **[(cm^3/s)/Volt]**.

Tensão u (volts)	Tempo (s)
1,0	
1,2	
1,4	
⋮	
3,0	

c) Sabendo ainda que o diâmetro do orifício de saída é 0,47625cm encontre a equação diferencial (não-linear) que descreve a dinâmica do tanque 1.

d) Linearize a equação obtida no item anterior $\left(L_{1_0} = 15\right)$ e obtenha a função de transferência $G_1(s) = \dfrac{L_1(s)}{V_P(s)}$.

2º. Considerando a configuração 2:

a) Sabendo que o diâmetro interno e o diâmetro do orifício de saída para o tanque 2 são idênticos aos do tanque 1, encontre a equação diferencial (não-linear) que descreve a dinâmica do tanque 2.

b) Linearize a equação obtida no item anterior $\left(L_{2_0} = 15\right)$ e obtenha a função de transferência $G_2(s) = \dfrac{L_2(s)}{L_1(s)}$.

3º. Considerando o sistema nas configurações 1 e 2:

a) Esboce o diagrama de ambas as configurações, tanto em malha aberta quanto em malha fechada.

b) Comente as diferenças entre um sistema trabalhando em malha aberta e em malha fechada.