

Tese apresentada à Divisão de Pós-Graduação do Instituto Tecnológico de Aeronáutica como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Ciências no Curso de Engenharia

Eletrônica e Computação na Área de Sistemas e Controle

Fábio Meneghetti Ugulino de Araújo

**Controladores Automáticos Inteligentes com
Aplicações em Isolamento de Vibrações Mecânicas**

Tese aprovada em sua versão final pelos abaixo assinados

Prof. Dr. Takashi Yoneyama

Orientador

Prof. Dr. Homero Santiago Maciel

Chefe da Divisão de Pós-Graduação

Campo Montenegro

São José dos Campos, SP – Brasil

2002

Controladores Automáticos Inteligentes com Aplicações em Isolamento de Vibrações Mecânicas

Fábio Meneghetti Ugulino de Araújo

Composição da Banca Examinadora

Prof. Roberto Kawakami H. Galvão	Presidente – ITA
Prof. Takashi Yoneyama	Orientador – ITA
Prof. Alberto Adade Filho	ITA
Prof. Agenor de Toledo Fleury	IPT
Prof. Clivaldo Silva de Araújo	UFPB

ITA

SUMÁRIO

Sumário.....	i
Lista de Figuras.....	iii
Lista de Tabelas.....	vi
Lista de Abreviaturas.....	vii
Lista de Símbolos e Variáveis.....	ix
Resumo.....	xv
Abstract.....	xvii
Agradecimentos.....	xviii
CAPÍTULO I. INTRODUÇÃO.....	1
CAPÍTULO II. SISTEMA ELETROMECHANICO.....	10
II.1. Descrição do Sistema.....	11
II.2. Modelo Não-Linear.....	13
II.3. Modelo Linearizado.....	24
II.4. Modelo Simplificado.....	29
II.5. Especificações de Desempenho.....	31
CAPÍTULO III. CONTROLE ROBUSTO.....	34
III.1. LQG/LTR – Uma Breve Apresentação.....	36
III.2. Especificações de Robustez – As Barreiras de Robustez.....	38
III.3. Projeto LQG/LTR.....	40
III.3.1. O Regulador LQG.....	40
III.3.2. O Método LQG/LTR.....	42
III.4. O Controlador LQG/LTR para o Modelo Simplificado.....	45
III.5. O Controlador LQG/LTR para o Modelo Linearizado.....	49
CAPÍTULO IV. CONTROLE NEBULOSO.....	56
IV.1. Princípios Gerais do Projeto de Controladores Nebulosos.....	58
IV.2. Projetos dos Controladores Nebulosos com Base nos Modelos Simplificado e Linearizado.....	61
IV.2.1. Definição das propriedades operacionais.....	62
IV.3. Sintonização do Controlador com Base no Modelo Simplificado.....	64
IV.3.1. Avaliação do Controlador Sintonizado com Base no Modelo Simplificado.....	69
IV.4. Sintonização do Controlador com Base no Modelo Linearizado.....	73
IV.4.1. Avaliação do Controlador Sintonizado com Base no Modelo Linearizado.....	75

CAPÍTULO V .	SUPERVISOR HIERÁRQUICO INTELIGENTE PARA FUSÃO DE MÚLTIPLOS CONTROLADORES.....	80
V.1.	Descrição da Proposta	85
V.2.	Projeto do Supervisor Hierárquico Inteligente.....	87
V.3.	Avaliação do Sistema de Controle Proposto	91
CAPÍTULO VI .	CONCLUSÕES	102
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	107	
APÊNDICE A.	REPRESENTAÇÃO EM ESPAÇO DE ESTADOS DE SISTEMAS MULTIVARIÁVEIS COM DERIVADAS DAS ENTRADAS.....	I
APÊNDICE B.	DADOS UTILIZADOS NAS SIMULAÇÕES.....	VI
APÊNDICE C.	ROTINA MATLAB PARA DETERMINAÇÃO DOS MODELOS USADOS NAS SIMULAÇÕES	VIII

LISTA DE FIGURAS

Figura II-1 – O sistema eletro-mecânico.....	12
Figura II-2 – Determinação da velocidade da massa m_A	15
Figura II-3 – Determinação da velocidade da massa m_C	16
Figura II-4 – Determinação da deformação da mola k_A	17
Figura II-5 – Representação gráfica do modelo linear em espaço de estados.....	29
Figura III-1 – (a) Barreiras de baixa e alta frequência, (b) Barreiras de robustez do desempenho e estabilidade.....	39
Figura III-2 – Estrutura de um Regulador LQG.....	42
Figura III-3 – Malhas objetivo obtidas, a partir do modelo simplificado, para alguns valores de μ	46
Figura III-4 – Recuperação da TFL (para $\mu = 10^{-5}$), para o modelo simplificado, para alguns valores de ρ	47
Figura III-5 – Resposta ao degrau dos modelos simplificado e não-linear com um controlador projetado para $\mu = 10^{-5}$ e $\rho = 10^{-8}$	48
Figura III-6 – Resposta ao degrau dos modelos simplificado e não-linear com um controlador projetado para $\mu = 10^{-5}$ e $\rho = 10^{-9}$	49
Figura III-7 – Malhas objetivo obtidas, a partir do modelo linearizado, para alguns valores de μ	50
Figura III-8 – Recuperação da TFL (para $\mu = 10^{-5}$), para o modelo linearizado, para alguns valores de ρ	50
Figura III-9 – Resposta ao degrau dos modelos linearizado e não-linear com um controlador projetado para $\mu = 10^{-5}$ e $\rho = 10^{-5}$	51
Figura III-10 – Resposta ao degrau dos modelos linearizado e não-linear com um controlador projetado para $\mu = 10^{-5}$ e $\rho = 10^{-9}$	52
Figura III-11 –TFL obtida para um $\mu = 10^{-6}$ e recuperada com um $\rho = 10^{-9}$	53
Figura III-12 – Modelo linearizado com controlador LQG/LTR no acompanhamento de uma referência do tipo degrau na ausência de distúrbios.....	54
Figura III-13 – Modelo linearizado com controlador LQG/LTR no rejeição de um distúrbio do tipo degrau para uma referência nula.....	54
Figura III-14 – Modelo linearizado com controlador LQG/LTR no acompanhamento de uma referência do tipo degrau na presença de um distúrbio do tipo “ <i>chirp signal</i> ”...	55
Figura III-15 – Modelo linearizado com controlador LQG/LTR no acompanhamento de uma referência do tipo senoidal na presença de um distúrbio do tipo ruído de banda limitada.....	55
Figura IV-1 – Funções de pertinência da primeira variável de entrada ($e(t)$).....	65

Figura IV-2 – Funções de pertinência da segunda variável de entrada ($de(t)/dt$).	65
Figura IV-3 – Superfície de controle gerada por um controlador PD sem saturação.	67
Figura IV-4 – Superfície de controle gerada por um controlador PD com saturação em ± 12 V.	68
Figura IV-5 – Regras para inferência no controlador nebuloso.	68
Figura IV-6 – Modelo simplificado com respectivo controlador nebuloso no acompanhamento de uma referência do tipo degrau na ausência de distúrbios.	69
Figura IV-7 – Modelo simplificado com respectivo controlador nebuloso na rejeição de um distúrbio do tipo degrau para uma referência nula.	70
Figura IV-8 – Modelo simplificado com respectivo controlador nebuloso no acompanhamento de uma referência do tipo degrau na presença de um distúrbio do tipo “ <i>chirp signal</i> ”.	70
Figura IV-9 – Modelo simplificado com respectivo controlador nebuloso no acompanhamento de uma referência do tipo senoidal na presença de um distúrbio do tipo ruído branco de banda limitada.	71
Figura IV-10 – Avaliação do controlador nebuloso projetado com base no modelo simplificado no controle do modelo não-linear para o acompanhamento de uma referência do tipo degrau.	72
Figura IV-11 – Avaliação do controlador nebuloso projetado com base no modelo simplificado no controle do modelo não-linear para a rejeição de um distúrbio do tipo degrau.	72
Figura IV-12 – Modelo linearizado com respectivo controlador nebuloso no acompanhamento de uma referência do tipo degrau na ausência de distúrbios.	75
Figura IV-13 – Modelo linearizado com respectivo controlador nebuloso na rejeição de um distúrbio do tipo degrau para uma referência nula.	76
Figura IV-14 – Modelo linearizado com respectivo controlador nebuloso no acompanhamento de uma referência do tipo degrau na presença de um distúrbio do tipo “ <i>chirp signal</i> ”.	76
Figura IV-15 – Modelo linearizado com respectivo controlador nebuloso no acompanhamento de uma referência do tipo senoidal na presença de um distúrbio do tipo ruído branco de banda limitada.	77
Figura IV-16 – Avaliação do controlador nebuloso projetado com base no modelo linearizado no controle do modelo não linear para o acompanhamento de uma referência do tipo degrau	78
Figura IV-17 – Avaliação do controlador nebuloso projetado com base no modelo linearizado no controle do modelo não-linear para a rejeição de um distúrbio do tipo degrau.	78
Figura V-1 – Representação esquemática da arquitetura de controle para fusão de	

controladores via supervisão hierárquica inteligente.....	87
Figura V-2 – Funções de pertinência da primeira variável de entrada do supervisor ($e(t)$)....	89
Figura V-3 – Funções de pertinência da segunda variável de entrada do supervisor ($de(t)/dt$).	89
Figura V-4 – Regras para inferência no supervisor.....	91
Figura V-5 – Representação em diagrama de blocos do sistema de controle com o supervisor hierárquico inteligente, o controlador robusto LQG/LTR e o controlador nebuloso.	92
Figura V-6 – Avaliação do CHI no acompanhamento de uma referência do tipo degrau na ausência de distúrbios.	93
Figura V-7 – Sinal de Controle gerado pelo CHI no acompanhamento de uma referência do tipo degrau na ausência de distúrbios.	94
Figura V-8 – Avaliação do CHI na rejeição de um distúrbio do tipo degrau para uma referência nula.....	94
Figura V-9 – Sinal de Controle gerado pelo CHI na rejeição de um distúrbio do tipo degrau para uma referência nula.	95
Figura V-10 – Avaliação do CHI no acompanhamento de uma referência do tipo degrau na presença de um distúrbio do tipo “ <i>chirp signal</i> ”.	95
Figura V-11 – Sinal de Controle gerado pelo CHI no acompanhamento de uma referência do tipo degrau na presença de um distúrbio do tipo “ <i>chirp signal</i> ”.....	96
Figura V-12 – Avaliação do CHI no acompanhamento de uma referência do tipo senoidal na presença de um distúrbio do tipo ruído de banda limitada.	96
Figura V-13 – Sinal de Controle gerado pelo CHI no acompanhamento de uma referência do tipo senoidal na presença de um distúrbio do tipo ruído de banda limitada.	97
Figura V-14 – Comparação dos três controladores no acompanhamento de uma referência do tipo degrau.	98
Figura V-15 – Comparação dos sinais de controle gerados pelos três controladores no acompanhamento de uma referência do tipo degrau.....	99
Figura V-16 – Saída do supervisor para composição do sinal de controle do CHI visando o acompanhamento de uma referência do tipo degrau.....	100
Figura V-17 – Comparação dos sinais de controle dentro do CHI durante o acompanhamento de uma referência do tipo degrau.....	101

LISTA DE TABELAS

Tabela IV-1. Parâmetros das funções de pertinência do controlador baseado no modelo simplificado.	66
Tabela IV-2. Funções de saída (modelo simplificado).	66
Tabela IV-3. Parâmetros das funções de pertinência do controlador baseado no modelo linearizado.	73
Tabela IV-4. Funções de saída (modelo linearizado).....	74
Tabela V-1. Parâmetros das funções de pertinência do supervisor.....	90
Tabela V-2. Funções de saída do supervisor.....	90

LISTA DE ABREVIATURAS

IA	Inteligência Artificial
EDO	Equação Diferencial Ordinária
MFT	Matriz de Funções de Transferência
SISO	“Single Input – Single Output”
MIMO	“Multiple Input – Multiple Output”
LTI	“Linear Time Invariant”
LQSF	“Linear Quadratic State Feedback”
QFT	“Quantitative Feedback Theory”
LQG	“Linear Quadratic Gaussian”
LQR	“Linear Quadratic Regulator”
TFL	“Target Filter Loop”
LTR	“Loop Transfer Recover”
LQG/LTR	“Linear Quadratic Gaussian / Loop Transfer Recover”
ARE	“Algebraic Riccati Equation”
MRAC	“Model Reference Adaptive Control”

RNA	Rede Neural Artificial
DSP	“Digital Signal Processor”
CHI	Controlador Hierárquico Inteligente
TSK	Takagi-Sugeno-Kang
PD	Proporcional-Derivativo
NASA	“National Aeronautics and Space Administration”
GA	“Genetic Algorithm”
MOGA	“Multi-Objective Genetic Algorithm”
MOBC	“Multiple Objective Behavior Coordination”
DIF	“Decentralized Information Filter”
HFS	“Hierarchical Fuzzy System”
FLU	“Fuzzy Logic Unit”

LISTA DE SÍMBOLOS E VARIÁVEIS

m_C	\Leftrightarrow	Massa do sistema que se deseja isolar.
m_A	\Leftrightarrow	Massa absorvedora.
m_B	\Leftrightarrow	Massa da barra.
m_m	\Leftrightarrow	Massa do motor.
m	\Leftrightarrow	Massa total, somatório de m_A , m_B , m_C e m_m .
l	\Leftrightarrow	Comprimento da barra.
J	\Leftrightarrow	Momento de inércia da barra.
a	\Leftrightarrow	Aresta da seção transversal da barra.
k_A	\Leftrightarrow	Rigidez do apoio localizado na extremidade da barra.
k_B	\Leftrightarrow	Rigidez do apoio localizado no centro da barra.
c_A	\Leftrightarrow	Amortecimento viscoso do apoio localizado na extremidade da barra.
c_B	\Leftrightarrow	Amortecimento viscoso do apoio localizado no centro da barra.
x	\Leftrightarrow	Deslocamento vertical do centro da barra.

x_A	\Leftrightarrow	Deslocamento vertical da extremidade apoiada da barra.
x_B	\Leftrightarrow	Deslocamento vertical da base do motor.
x_C	\Leftrightarrow	Deslocamento vertical da extremidade livre da barra (é também o deslocamento vertical do sistema a ser isolado).
x_u	\Leftrightarrow	Deslocamento vertical imposto ao centro da barra pelo servoatuador.
d	\Leftrightarrow	Distúrbio aplicado à base.
θ	\Leftrightarrow	Deslocamento angular da barra.
\dot{x} e \ddot{x}	\Leftrightarrow	Primeira e segunda derivadas do deslocamento vertical x .
$\dot{\theta}$ e $\ddot{\theta}$	\Leftrightarrow	Primeira e segunda derivadas do deslocamento angular θ .
\dot{x}_u e \ddot{x}_u	\Leftrightarrow	Primeira e segunda derivadas do deslocamento de controle x_u .
\dot{d}	\Leftrightarrow	Primeira derivada do distúrbio d .
q_1 e q_2	\Leftrightarrow	Coordenadas generalizadas.
\dot{q}_i e \ddot{q}_i ;	$i = 1,2 \Leftrightarrow$	Primeira e segunda derivadas das coordenadas generalizadas.
q, \dot{q} e \ddot{q}	\Leftrightarrow	Vetor de coordenadas generalizadas e suas primeira e segunda derivadas.
L_{SA}	\Leftrightarrow	Lagrangeano da parte puramente mecânica do sistema proposto, também chamada de sistema de alavanca.

J_{SA}	\Leftrightarrow	Conteúdo do sistema de alavanca.
U^*	\Leftrightarrow	Co-energia cinética das capacitâncias generalizadas do sistema de alavanca.
T	\Leftrightarrow	Energia potencial das indutâncias generalizadas do sistema de alavanca.
$U_{m_A}^*$	\Leftrightarrow	Co-energia cinética da capacitância generalizada que representa a massa absorvedora.
$U_{m_B}^*$	\Leftrightarrow	Co-energia cinética da capacitância generalizada que representa a massa da barra.
$U_{m_C}^*$	\Leftrightarrow	Co-energia cinética da capacitância generalizada que representa a massa da carga útil.
$U_{m_m}^*$	\Leftrightarrow	Co-energia cinética da capacitância generalizada que representa a massa do motor.
U_J^*	\Leftrightarrow	Co-energia cinética da capacitância generalizada que representa a inércia angular da barra.
T_{k_A}	\Leftrightarrow	Energia potencial da indutância generalizada que representa a mola localizada na extremidade da barra.
T_{k_B}	\Leftrightarrow	Energia potencial da indutância generalizada que representa a mola localizada no centro da barra.

J_{c_A}	\Leftrightarrow	Conteúdo da resistência generalizada que representa o amortecedor localizado na extremidade da barra.
J_{c_B}	\Leftrightarrow	Conteúdo da resistência generalizada que representa o amortecedor localizado no centro da barra.
$F_i;$	$i=1,2 \Leftrightarrow$	Representação das forças relacionadas com efeitos gravitacionais, atuando sobre o sistema de alavanca, nas equações de Lagrange que descrevem a dinâmica de tal sistema.
∂_A	\Leftrightarrow	Deflexão estática da mola localizada na extremidade da barra.
∂_B	\Leftrightarrow	Deflexão estática da mola localizada no centro da barra.
g	\Leftrightarrow	Aceleração da gravidade.
T_m	\Leftrightarrow	Constante de ganho do servo motor.
K_m	\Leftrightarrow	Constante de tempo do servo motor.
e_a	\Leftrightarrow	Tensão aplicada à armadura.
θ_m	\Leftrightarrow	Deslocamento angular do motor.
$\dot{\theta}_m$	\Leftrightarrow	Velocidade angular do servomotor DC.
$\ddot{\theta}_m$	\Leftrightarrow	Aceleração angular do servomotor DC.
L_P	\Leftrightarrow	Passo da hélice do parafuso sem-fim.

- CL_{ij} \Leftrightarrow Coeficientes das EDOs que descrevem a dinâmica linearizada do sistema de alavanca.
- a_k^{ij} e b_k^{ij} \Leftrightarrow Coeficientes das EDOs que descrevem a dinâmica linearizada do sistema completo, incluindo o servomotor, relacionados com as variáveis de estado e as entradas respectivamente.
- β_k^{ij} \Leftrightarrow Elementos da matriz B da representação em espaço de estados do modelo linearizado. São dados em função dos a_k^{ij} e b_k^{ij} .
- x_i ; $i=1,2,\dots,6$ \Leftrightarrow Estados do modelo linearizado.
- A, B, C e D** \Leftrightarrow Matrizes das equações de estado e de saída do modelo linearizado.
- M_S, C_S e K_S** \Leftrightarrow São respectivamente a matriz de massa, amortecimento e rigidez do modelo simplificado.
- F_S** \Leftrightarrow Matriz composta por parâmetros do modelo simplificado, e que converte as entradas e suas derivadas em forças.
- R_S, S_S, P_S e \bar{F}_S** \Leftrightarrow Matrizes obtidas a partir de operações algébricas envolvendo **F_S**, **C_S** e **K_S** e a inversa de **M_S**.
- S_{Sij}, R_{Sij}, P_{Sij} e \bar{F}_{Sij}** \Leftrightarrow Elementos das matrizes **R_S**, **S_S**, **P_S** e **\bar{F}_S** , respectivamente.
- as_k^{ij} e bs_k^{ij} \Leftrightarrow Coeficientes das EDOs que descrevem a dinâmica simplificada do sistema completo, incluindo o servomotor, relacionados com as variáveis de estado e as entradas respectivamente.

β_k^{ij}	\Leftrightarrow	Elementos da matriz B da representação em espaço de estados do modelo simplificado. São dados em função dos as_k^{ij} e bs_k^{ij} .
$\mathbf{A}_s, \mathbf{B}_s, \mathbf{C}_s$ e \mathbf{D}_s	\Leftrightarrow	Matrizes das equações de estado e de saída do modelo linearizado.
\hat{x} e $\dot{\hat{x}}$	\Leftrightarrow	Estados estimados para um sistema LTI e sua derivada.
\hat{y}	\Leftrightarrow	Saída estimada para um sistema LTI.
e_x	\Leftrightarrow	Erro de estimativa entre os estado reais de um sistema LTI e as estimativas destes estados.
\mathbf{L}	\Leftrightarrow	Matriz de ganhos do observador de estados usado para estimar os estados de um sistema LTI.
\mathbf{K}	\Leftrightarrow	Matriz de ganhos da realimentação de estados para um sistema LTI.
$\mathbf{W}, \mathbf{\Xi}$ e $\mathbf{\Theta}$	\Leftrightarrow	Matrizes relacionadas com o ajuste do filtro de Kalman para estimação de estados no projeto de um controlador LQG/LTR.
μ	\Leftrightarrow	Parâmetro livre no ajuste do filtro de Kalman.
ρ	\Leftrightarrow	Parâmetro livre para recuperação da malha objetivo obtida com o filtro de Kalman.

RESUMO

A proposta de uma metodologia para o projeto de controladores automáticos inteligentes e a aplicação de tal metodologia visando o controle ativo de vibrações mecânicas, configuraram-se desde o início nos dois objetivos principais da pesquisa que resultou neste texto. O controle ativo de vibrações mecânicas seria feito através da atuação de controladores automáticos em um sistema eletromecânico proposto com base no princípio da alavanca cujo objetivo é propiciar uma significativa redução na transmissão de vibrações entre uma fundação, ou base, e uma carga útil que uma vez colocada sobre o sistema eletromecânico proposto deve ser mantida isolada de tais vibrações. O sistema eletromecânico que foi concebido é descrito e três modelos são então construídos para representá-lo. Um modelo não-linear que, por ser considerado uma representação mais fiel do sistema físico proposto, é usado durante todas as etapas de projeto de controladores como o modelo de teste. Um segundo modelo é obtido via linearização por truncamento dos termos de ordem superior da expansão em série de Taylor do modelo não-linear. Um terceiro modelo é obtido considerando-se, ao longo do processo de modelamento, certas hipóteses simplificadoras e também resulta ser um modelo linear. Pelas facilidades vastamente conhecidas em se trabalhar com sistemas lineares, os dois modelos lineares são utilizados como modelos de projeto para obtenção e análises de controladores que são posteriormente avaliados utilizando-se o modelo não linear. Desta forma, após uma breve descrição das metodologias envolvidas, controladores robustos do tipo LQG/LTR e controladores nebulosos são projetados utilizando-se ambos os modelos lineares e em seguida submetidos a testes através de simulações computacionais que utilizam o modelo não-linear. Por fim, com base em algumas metodologias oportunamente apresentadas, a proposta de uma arquitetura de controle para fusão de múltiplos controladores através de supervisão hierárquica inteligente é

apresentada e um controlador hierárquico inteligente é projetado de maneira a efetuar a fusão dos sinais gerados por um controlador LQG/LTR e um controlador nebuloso. A proposta do sistema eletromecânico para isolamento de vibrações, a obtenção dos modelos, os projetos e análises dos controladores robustos e nebulosos, além de conclusões a respeito da validade das simplificações no processo de obtenção do modelo para fins de projeto, somam-se a própria proposta da arquitetura baseada em supervisão inteligente para fusão de controladores no sentido de compor a modesta contribuição que se espera este texto possa trazer a futuras pesquisas nestas áreas.

ABSTRACT

A hierarchical control scheme is proposed to improve vibration suppression using an electro-mechanical system based on the lever principle. The hierarchical intelligent controller consists of a hierarchical intelligent supervisor and two controllers: LQG/LTR and fuzzy. Firstly, three mathematical models were obtained to represent the electro-mechanical system. The first model is nonlinear and was obtained by Lagrange's method. The nonlinear model was then linearized around an equilibrium point. A third model was obtained using commonplace simplifying hypothesis during the development of the model and this model also result to be linear. The two linear models were used to design and analyze controllers and the nonlinear model was used to evaluate these controllers. The performance specification that were proposed a priori yielded the design of LQG/LTR robust controllers and fuzzy. Evaluation tests were carried out for each controller. While the controllers designed for the linearized model achieved adequate performance, the controllers designed for the simplified model did not present this feature. Then, fuzzy logic was used to design a hierarchical intelligent supervisor. This supervisor and the controllers designed for the linearized model were integrated into the hierarchical intelligent controller. Digital simulations were employed in order to attest the hierarchical intelligent controller.

AGRADECIMENTOS

Ao orientador e amigo, Prof. Takashi Yoneyama, cuja orientação ultrapassou as fronteiras deste trabalho, influenciando positivamente os mais diversos aspectos da minha formação.

A todos os professores do Departamento de Sistemas e Controle do ITA, pela incansável disposição em colaborar e apoiar. Em especial aos professores Cairo Lúcio Nascimento Júnior e Roberto Kawakami Harrop Galvão, com os quais as trocas de idéias foram mais freqüentes.

Aos colegas de pós-graduação, companheiros nesta jornada com os quais tive tanto discussões sobre importantes temas profissionais, quanto momentos de descontração onde os problemas eram colocados à margem de uma piada.

À FAPESP pelo suporte financeiro prestado através do processo 99/02409-4.

A minha filha Beatriz, tesouro maior de minha vida,
e minha esposa Michele por terem me acompanhado
e apoiado durante esta jornada, e aos meus pais pela
constante dedicação ao sucessos de seus filhos

CAPÍTULO I.

INTRODUÇÃO

O estudo das vibrações e seus efeitos sob um ponto de vista científico remete-nos a experimentos conduzidos pelo filósofo e matemático grego Pythagoras (582-507 a.c.) que estudou as vibrações em uma corda através de um aparato chamado monocorda. Após os estudos de Pythagoras muitos outros se sucederam, alguns associados aos sons e outros associados a fenômenos naturais tais como os terremotos. A partir do século XVI, com as contribuições de estudiosos como Galileo Galilei (1564-1642), Martin Mersenne (1588-1648), Robert Hooke (1635-1703), Isaac Newton (1642-1727), Brook Taylor (1685-1731), Daniel Bernoulli (1700-1782), Jean D’Alambert (1717-1783), Leonard Euler (1707-1783), J.B.J. Fourier (1768-1830), Joseph Lagrange (1736-1813), G.R. Kirchhoff (1824-1887), C.G.P. De Laval (1845-1913), Aurel Stodola (1859-1943) e Stephen Timoshenko (1878-1972) entre outros, o estudo das vibrações chegou ao seu estado atual.

É sabido que muitas das atividades que compõem o nosso dia-a-dia envolvem vibrações de uma forma ou de outra. Nós ouvimos, falamos, vemos e nos locomovemos por meio de processos que envolvem diretamente vibrações e movimentos oscilatórios. A maior parte das estruturas, máquinas e equipamentos que nos cercam ou geram vibrações ou são

diretamente afetados por elas. Máquinas centrífugas como motores e turbinas apresentam problemas vibratórios inerentes ao desbalanceamento de partes com movimento rotatório. Segundo Rao (1995) um motor diesel desbalanceado pode causar ondas de choque, transmitidas através de uma fundação, com potência suficiente para criar transtornos em zonas urbanas. Naturalmente, estruturas projetadas para suportar máquinas com movimento rotatório ou alternativo devem ser também projetadas para suportar os efeitos das vibrações geradas por estas máquinas. Os efeitos de vibrações em estruturas e componentes de máquinas e equipamentos estão normalmente relacionados à falha por fadiga, exceto em casos mais extremos onde as vibrações excitam os modo normais da máquina ou estrutura, causando o fenômeno conhecido como ressonância. Além das máquinas e estruturas, os seres humanos, que muitas vezes são parte integrante dos sistemas de engenharia, sofrem com os efeitos das vibrações. Nestes casos o resultado pode ser desde desconforto até perda de eficiência por fadiga.

Existem casos onde os efeitos das vibrações são desejados e os estudos são dirigidos no sentido de se gerar vibrações com o máximo de eficiência, como no caso de compactadores, máquinas de lavar, brocas de dentista, aparelhos elétricos de massagem e vários outros. Contudo, na maioria das vezes o objetivo dos estudos é o de eliminar ou reduzir significativamente os efeitos das vibrações. Nestes casos, pode-se atuar diretamente na geração das vibrações através do balanceamento dinâmico das máquinas rotativas, da utilização de materiais com maior capacidade de dissipação de energia, de projetos mais precisos que contém com otimização dos espaços e dos movimentos entre as partes móveis, melhor lubrificação, plano de manutenção etc. Porém existem casos onde a fonte geradora das vibrações não está disponível. Em um ambiente industrial, por exemplo, existem inúmeras fontes de vibrações: processos de impacto, máquinas rotatórias ou alternativas como motores

e compressores, veículos de transporte como trens e caminhões, fluxos de fluidos e muitos outros. Todas estas fontes geradoras de vibrações precisam, inevitavelmente, conviver com outras máquinas, equipamentos, instrumentos e seres humanos que sofrem influências detrimenais destas vibrações. Nestes casos, onde nada pode ser feito com relação à geração das vibrações, uma possível abordagem é eliminar, ou ao menos reduzir, a transmissão das vibrações. O meio mais significativo de transmissão de vibrações entre dois sistemas não conectados diretamente costuma ser uma fundação comum aos dois sistemas, normalmente o chão. Conseqüentemente, uma maneira de reduzir essa transmissão é através da inserção de dispositivos passivos ou ativos entre o sistema ao qual se deseja manter isolado das fontes de vibração e a fundação. Desta forma as vibrações transmitidas através da fundação atingem o tal dispositivo e são dissipadas ou compensadas antes de atingir o sistema a ser isolado.

Diversas técnicas têm sido usadas no controle de vibrações. Basicamente, estas técnicas podem ser classificadas em duas categorias: passivas ou ativas. O controle ativo de vibrações surgiu como uma promissora alternativa as convencionais técnicas passivas (Soong, 1990). O controle ativo de vibrações tornou-se rapidamente um importante tópico de pesquisa em engenharia. Reduzir vibrações mecânicas pode aumentar o conforto e a segurança de usuários humanos, aumentar a confiabilidade e durabilidade de produtos em geral e aumentar o desempenho de equipamentos de precisão. Atualmente, as aplicações do controle ativo de vibrações vão de eletrodomésticos a automóveis, de processos produtivos a robótica, de aplicações aeroespaciais a usinas nucleares (Murphy and Bailey, 1990; Campbell and Crawley, 1994; Zhou *et al.*, 1995; Tamai and Sotelo Jr., 1995; Denoyer and Kwak, 1996; Bai and Lim, 1996; Yoshimura *et.al.*, 1997; Rao and Prahlad, 1997; Qiang *et.al.*, 1999; Baruch *et.al.*, 2000; Pappa *et.al.*, 2001).

Dispositivos ativos para isolamento de vibrações são aqueles que utilizam uma fonte de força externa para efetuar sua tarefa. Estes dispositivos consistem, normalmente, de um servomecanismo com sensor(es), atuador(es) e algum tipo de tratamento dos sinais oriundos do sensor visando um comando adequado do atuador. Este tratamento de sinais pode ser feito de forma analógica, digital ou híbrida de maneira a obedecer a uma determinada lei de controle. Diz-se então que o sinal do atuador é compensado por um controlador gerando assim um sinal de controle que alimentará o atuador. A escolha da técnica de controle usada para o projeto deste controlador depende basicamente das características do sistema a ser controlado, das especificações de desempenho que se deseja satisfazer, das ferramentas disponíveis para análise e projeto e da experiência do projetista.

Com relação às características do sistema a ser controlado, é importante considerar-se a grande variabilidade das condições de operação de alguns sistemas reais, dentre as áreas anteriormente mencionadas. Nestes casos o projeto de sistemas de controle de alto desempenho apresenta-se como uma tarefa com múltiplos desafios, uma vez que modelos linearizados podem ser válidos somente para pequenas faixas de operação, os sinais exógenos de perturbação podem não ser estacionários, a excursão dos diversos sinais pode ser bastante ampla levando a saturações de atuadores, etc... Nestas condições, técnicas de controle robusto, tais como LQG/LTR, H_2 e H_∞ , entre outras, que geralmente envolvem sistemas lineares invariantes no tempo, algumas técnicas da classe MRAC (Model Reference Adaptive Control) que usualmente requerem hipóteses específicas sobre a planta para que se garanta propriedades de convergência (ou pelo menos a limitação dos sinais) e controladores auto-ajustáveis que possuem bom desempenho para algumas classes de ruídos exógenos, podem ser ineficazes para operação autônoma no controle destes sistemas.

Ainda, as crescentes exigências mercadológicas em termos de conforto, confiabilidade, precisão, conservação de energia, segurança e economia têm fomentado o interesse cada vez maior por propostas que possam contribuir justamente no sentido de viabilizar o projeto de sistemas de controle de alto desempenho. Em termos de controle ativo de vibrações isso pode representar, por exemplo, uma boa relação entre a máxima redução da transmissibilidade de vibrações entre dois sistemas e a mínima energia despendida no sentido de realizar tal redução.

Uma proposta que tem começado a despertar interesse é a possibilidade de utilizar mais de um controlador para fornecer a sistemas mais complexos desempenhos mais elevados. Ao se combinar diversos controladores, projetados com base em diferentes técnicas de controle, busca-se o aproveitamento das características favoráveis de cada controlador para cada condição de operação. Um possível caminho é fazer-se uma classificação hierárquica dos sinais de controle gerados por cada controlador em função da condição de operação identificada. Uma forma para realizar tal combinação consiste na utilização de um sistema supervisor que gerencie os diversos controladores e obtenha um sinal de controle, otimizado com relação a um dado critério, através da fusão dos sinais de controle gerados por estes controladores. O sinal de controle gerado por cada controlador poderá ter participação na construção do sinal de controle otimizado que irá atuar sobre o sistema. A parcela de contribuição de cada sinal de controle dependerá da condição de operação identificada pelo supervisor, que fará um escalonamento hierárquico dos sinais de controle atribuindo pesos a cada um deles. Diversas técnicas podem ser utilizadas para implementar este supervisor, como, por exemplo: combinação linear, diversos tipos de filtro, RNAs e lógica nebulosa. A idéia básica, a grosso modo, pode ser comparada com a já bem estabelecida técnica de escalonamento de ganhos (“gain scheduling”) (Shamma and Athans, 1987; 1988; 1990; 1992

e Tu and Shamma 1998), sendo que neste caso um escalonamento hierárquico de controladores poderia ser realizado com uma transição suave ou mesmo uma combinação dos sinais de controle no lugar de simplesmente chavear entre estes controladores.

Os recentes avanços tecnológicos têm viabilizado a implementação em tempo real de algoritmos de controle cada vez mais complexos e sofisticados. DSPs, microcontroladores ou mesmo microcomputadores pessoais podem ser facilmente utilizados neste propósito. Com a crescente evolução destes dispositivos, tanto com relação à capacidade de processamento quanto ao armazenamento de dados, é possível inclusive implementar diferentes controladores simultaneamente. Não obstante, os sistemas avançados de controle automático com supervisão inteligente, igualmente viabilizados por tais evoluções e combinados com recentes conquistas na área de técnicas de inteligência artificial, vêm permitir o desenvolvimento de métodos para fusão de múltiplos controladores com características distintas, possibilitando que o sistema controlado apresente capacidade de adaptação a situações variadas de operação e desempenhos adequados mesmo na presença de significativas incertezas.

No caso em que estes supervisores são desenvolvidos com base em técnicas de inteligência artificial (IA), os mesmos podem ser dotadas de habilidade para tomada de decisões on-line, capacidade de aprendizado autônomo, além de apresentar facilidade de manutenção, simplicidade na reconfiguração e eventualmente otimalidade (conforme um funcional de custo especificado a priori) durante a própria operação, mediante mecanismos de aprendizado. Técnicas de IA vêm sendo aplicadas, com sucesso, em diversos problemas de controle, como no caso de controle não linear em robótica e ambientes industriais (Nguyen and Widrow, 1990), ou em controle de carga para dispositivos elétricos (Matsuda and Akimoto, 1989).

Neste trabalho utiliza-se um dispositivo eletromecânico para, através de técnicas modernas de controle, isolar ativamente vibrações mecânicas de base em baixas frequências. Além da estrutura inédita do dispositivo proposto inicialmente por Araújo (1998), leis de controle baseadas em técnicas de controle robusto (Araújo e Yoneyama, 2001a; Araújo *et.al.*, 2002) e de inteligência artificial (Araújo *et.al.*, 2001) são implementadas no sentido de gerarem simultaneamente sinais de controle que por sua vez são combinados através da metodologia proposta neste trabalho, denominada por fusão hierárquica de controladores. Nesta metodologia um sistema supervisor dotado de inteligência artificial (Araújo e Yoneyama, 2002a) e, conseqüentemente, com capacidade de adaptação é utilizado para obter-se um único sinal de controle para alimentação do atuador, a partir dos sinais de controle gerados simultaneamente por dois (como é o caso aqui apresentado) ou mais controladores. Esta estratégia de controle propicia ao dispositivo proposto não só a capacidade de isolar vibrações, pela rejeição de distúrbios oriundos da fundação, mas também a capacidade de alterar dinamicamente o posicionamento do sistema a ser isolado mediante uma trajetória de referência desejada o que pode ser muito interessante, por exemplo, em aplicações onde o sistema é utilizado para isolar um dispositivo para captura de imagens, colocado sobre um veículo em movimento, das vibrações sofridas ou mesmo geradas por este veículo, ao mesmo tempo em que variações ou correções do posicionamento deste dispositivo são requeridas.

As características de aprendizado e adaptação dos sistemas baseados em IA possibilitam que o projeto de supervisores com base nestas técnicas desenvolvam-se a partir de modelos (fuzzy ou RNAs, por exemplo) simples e encontrem automaticamente, através de treinamento ‘off-line’ e/ou ‘on-line’, um ajuste (das funções de pertinência e base de regras, no caso de sistemas fuzzy, ou dos pesos sinápticos em RNAs) que seja ótimo com relação a um dado critério. Desta forma, a proposta contempla a obtenção de leis de controle complexas

a partir de projetos simples tanto para os controladores, quanto para o supervisor. A característica de generalização dos supervisores baseados em IA dá ao supervisor a capacidade de responder bem mesmo em condições não previstas na etapa de projeto ou não presentes nas etapas de treinamento, isto é, o supervisor poderá, mediante treinamento, gerar uma lei para fusão dos sinais de controle gerados pelos diferentes controladores que busque garantir o desempenho global do sistema controlado mesmo em condições de operação não previstas durante o treinamento.

No Capítulo II, o sistema eletromecânico é descrito e três diferentes modelos são obtidos para ele. O primeiro é um modelo não linear, considerado uma representação mais acurada do sistema físico. Ele é usado ao longo deste texto como modelo de teste para os projetos de controladores projetados individualmente, bem como do sistema de controle completo incluindo o supervisor. Os outros dois modelos são lineares e são usados como modelos de projeto. Um deles foi obtido por truncamento dos termos de ordem superior da expansão em série de Taylor das equações que descrevem a dinâmica do modelo não-linear. O outro foi obtido considerando-se algumas aproximações durante o processo de modelamento que acarretaram em significativa simplificação neste processo. Estes três modelos possibilitam ao longo deste texto alguns projetos de controladores e algumas análises com relação à validade dos dois métodos aqui empregados para obtenção de modelos lineares.

O Capítulo III apresenta a técnica para projeto de controladores robustos conhecida como LQG/LTR (“Linear Quadratic Gaussian / Loop Transfer Recover”). Um breve histórico do surgimento desta técnica é inicialmente apresentado. As particularidades desta técnica são discutidas e sua escolha justificada. Em seguida, o procedimento de projeto baseado nesta técnica é descrito. Tal procedimento é aplicado no projeto de dois controladores, cada um

baseado em um dos modelos lineares. Por fim, à medida que cada controlador é projetado ele é avaliados, utilizando-se para tanto o modelo de teste.

O Capítulo IV inicia-se com um breve histórico do surgimento da lógica nebulosa e sua utilização no projeto de sistemas de controle baseado em regras. Os princípios gerais do projeto de controladores nebulosos são inicialmente apresentados e em seguida empregados no projeto de controladores nebulosos com base nos modelos de projeto. Da mesma forma que no Capítulo III, cada controlador projetado é testado no controle do modelo não linear.

No Capítulo V são comentadas algumas das técnicas que serviram de inspiração para elaboração da proposta de controle baseada na fusão de múltiplos controladores através de um supervisor inteligente. A proposta é então descrita e um supervisor baseado em IA, lógica nebulosa mais especificamente, é projetado para realizar a fusão dos sinais de controle gerados por um controlador robusto LQG/LTR e um controlador nebuloso, anteriormente projetados. O supervisor e os controladores formam então o Controlador Hierárquico Inteligente (CHI) que é testado no controle do modelo não linear e analisado via simulação computacional.

Finalmente, no Capítulo VI, com base nos resultados e análises desenvolvidos ao longo dos Capítulo II, Capítulo III, Capítulo IV e Capítulo V as conclusões são apresentadas.

CAPÍTULO II.

SISTEMA ELETROMECAÂNICO

Um sistema eletromecânico é proposto com o objetivo de isolar vibrações mecânicas de base através da aplicação de técnicas de controle robusto e inteligência artificial. Neste capítulo a proposta deste sistema, bem como o desenvolvimento de algumas representações matemáticas para ele, são apresentadas e discutidas.

Os modelos matemáticos desenvolvidos neste capítulo com o objetivo de representar a dinâmica do sistema proposto são três: um modelo não-linear que é considerado uma representação mais acurada do sistema físico e por isso mesmo tratado neste trabalho, em vários momentos, como modelo de teste; o segundo modelo consiste em uma aproximação linear do primeiro, sendo importante para a aplicação de técnicas de projeto, bem como ferramentas de análise aplicáveis apenas a sistemas lineares; o terceiro modelo, também linear, foi obtido não pela aplicação de uma das técnicas de linearização comumente encontradas na bibliografia, mas sim através da utilização de aproximações habitualmente utilizadas em sistemas mecânicos rotacionais que apresentam deslocamentos angulares suficientemente pequenos. O terceiro modelo, aqui chamado de modelo simplificado, é útil na análise da validade destas aproximações em problemas de controle.

Para os dois modelos lineares são apresentadas representações em espaço de estados. Contudo, representações no domínio da frequência para estes modelos podem ser facilmente obtidas a partir das suas representações em espaço de estados.

II.1. DESCRIÇÃO DO SISTEMA.

O sistema proposto, apresentado na Figura II-1, consiste de uma barra de comprimento l e momento de inércia angular J , cuja massa m_B é considerada neste estudo como sendo concentrada no centro geométrico da barra que desempenha o papel de uma alavanca bi-apoiada em sistemas dotados de rigidez e amortecimento dados por: k_A , k_B , c_A e c_B , tendo ainda, em uma das extremidades, uma massa m_A , denominada por massa absorvedora, que tem a finalidade de fazer o contrabalanço com a carga útil, ora representada pela massa m_C , localizada na extremidade livre da barra. Esta parte do sistema, que é puramente mecânica, sendo comumente referida neste texto por sistema de alavanca e é um dos dois subsistemas no qual o sistema proposto pode ser dividido por questões didáticas.

A posição vertical do centro da barra, relativa ao servoatuador que compõe o sistema de controle, é variada em função da vibração medida na extremidade livre da barra, de forma que à medida que deslocamentos desta extremidade são medidos, o sistema de controle atua variando a posição do centro da barra no intuito de obter uma configuração que propicie o isolamento da carga útil com relação à vibração da base.

Para controlar a posição vertical do centro da barra, são utilizados um servomotor DC, com um fuso acoplado diretamente a seu eixo, funcionando como servoatuador. O passo da hélice do fuso, dado por L_p , representa a relação direta entre o ângulo de rotação do motor (θ_M) e o deslocamento vertical de controle (x_u) imposto ao centro da barra com referência à posição motor (x_B).

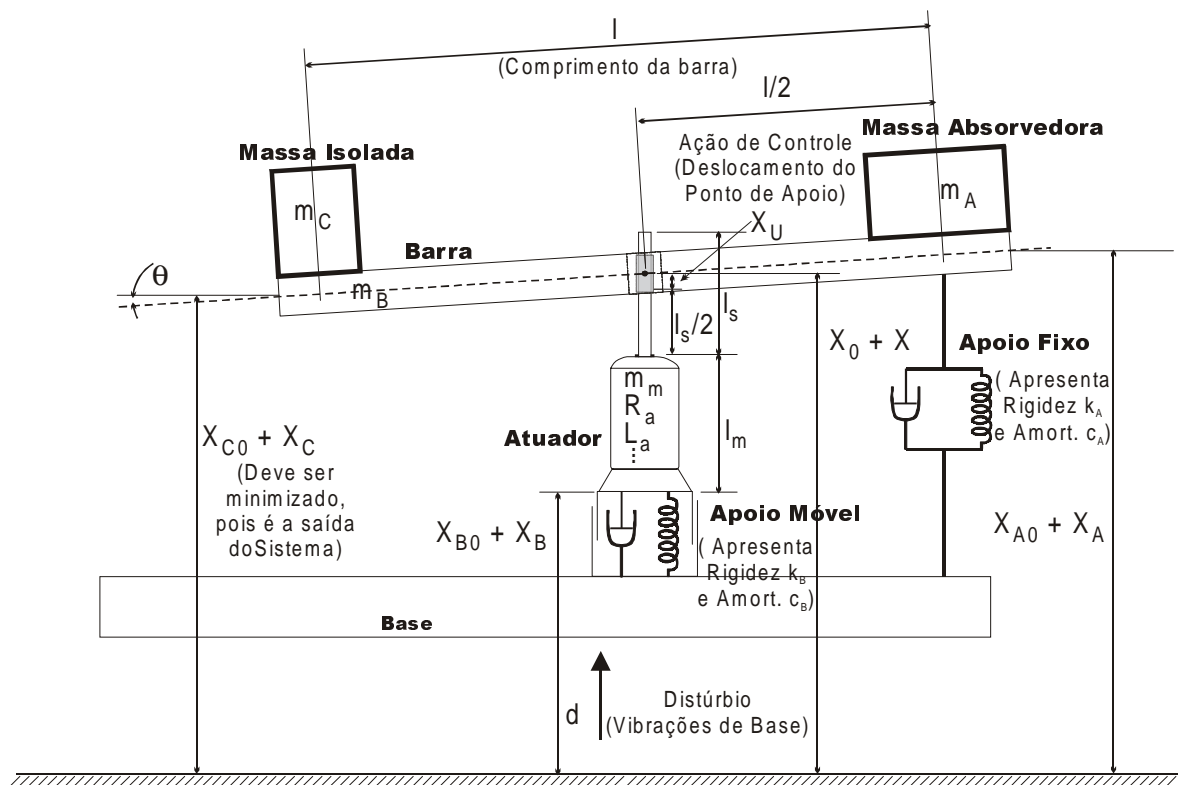


Figura II-1 – O sistema eletro-mecânico.

As vibrações da carga útil são medidas por um sensor que converte seus deslocamentos em tensões, que por sua vez, alimentam o servomotor, fechando assim a malha de controle. Complementando o sistema de controle, tem-se a possibilidade da inserção de controladores eletrônicos analógicos, digitais ou ainda híbridos, com a finalidade de atuar sobre o sinal que alimenta o servomotor D.C. (e_a) de forma a melhorar a eficiência do controle atingindo assim especificações de desempenho previamente estabelecidas. Note-se que o segundo subsistema que compõe o sistema proposto é composto por um (ou mais) sensor(es), pelo(s) controlador(es) e pelo servoatuador e é denominado, ao longo deste texto, de sistema de controle.

II.2. MODELO NÃO-LINEAR.

Um modelo não-linear para o sistema apresentado na Figura II-1 é desenvolvido com base no método variacional através da aplicação das equações de Lagrange que descrevem a dinâmica do sistema em termos de coordenadas generalizadas. (Karnopp *et.al.*, 2000; Wellstead, 1979).

Joseph L. C. Lagrange (1736-1813) desenvolveu um método generalizado para tratamento de sistemas dinâmicos que se baseia na descrição da variação de quantidades escalares de energia cinética, energia potencial e trabalho em termos de coordenadas generalizadas (Thomsom and Dahleh, 1998). As coordenadas generalizadas são qualquer conjunto de variáveis que seja suficiente para caracterizar os estados do sistema, além disso, o número de coordenadas que compõem um conjunto completo e independente de coordenadas generalizadas é igual ao número de graus de liberdade do sistema. As coordenadas generalizadas utilizadas neste modelamento são: $q_1 = x$ (deslocamento vertical do centro da alavanca com relação a um referencial fixo) e $q_2 = \theta$ (deslocamento angular da alavanca em torno do seu centro).

Um procedimento comum ao desenvolver-se um modelo através do método variacional consiste em, inicialmente, identificar-se cada uma das impedâncias generalizadas do sistema ao qual se deseja modelar. Estas impedâncias generalizadas podem ser do tipo: resistência generalizada, capacitância generalizada ou ainda indutância generalizada. Os elementos caracterizados como indutância generalizada são aqueles que têm por característica compartilhar energia cinética com o sistema e por isso mesmo, no processo de obtenção de um modelo para um sistema que contenha tais elementos, eles são caracterizados pela equação que descreve sua energia cinética. Os elementos caracterizados como capacitâncias generalizadas, por sua vez, são representados no modelo pela equação que descreve sua

energia potencial. Por fim, as resistências generalizadas são aqueles elementos que não acumulam qualquer energia, ao contrário, estes elementos são dissipadores e são representados no modelo pela equação que descreve seu conteúdo, ou seja, a energia por ele dissipada.

No caso de sistemas mecânicos existem duas possíveis analogias a serem seguidas na identificação das indutâncias generalizadas. Na analogia clássica, também conhecida como analogia Força-Tensão, a força é considerada como variável de esforço, os elementos inerciais, como as massas, são considerados como sendo acumuladores de esforço e conseqüentemente são considerados como sendo indutâncias generalizadas enquanto os elementos elásticos, como as molas, são considerados como sendo acumuladores de fluxo (velocidade) o que nesta analogia corresponde às capacitâncias generalizadas. A analogia clássica não foi usada neste trabalho, optou-se pela utilização da analogia da mobilidade, onde a força é considerada como variável de fluxo e a velocidade como variável de esforço e conseqüentemente os elementos elásticos e inerciais são considerados, respectivamente, como indutâncias e capacitâncias generalizadas. Em ambas as analogias os elementos dissipativos, como os amortecedores, são considerados como sendo resistências generalizadas.

Para a obtenção do modelo do sistema de alavanca, além de utilizar-se a analogia da mobilidade, considerou-se que todos os elementos eram lineares e ideais, desta forma tem-se que a energia cinética e a co-energia cinética das capacitâncias generalizadas são iguais, o mesmo acontecendo com a energia e a co-energia potencial das indutâncias generalizadas e com o conteúdo e o co-conteúdo das resistências generalizadas. Tem-se então que, para o sistema de alavanca, o lagrangeano é dado por:

$$L_{SA} = U^* - T \quad (\text{II.1})$$

onde:

$$U^* = U_{m_A}^* + U_{m_B}^* + U_{m_C}^* + U_{m_m}^* + U_J^* \quad (\text{II.2})$$

e;

$$T = T_{k_A} + T_{k_B} \quad (\text{II.3})$$

Conforme anteriormente mencionado, as capacitâncias generalizadas são consideradas como sendo elementos lineares e ideais, logo as co-energias cinéticas de cada elemento são iguais as suas energias cinéticas e são dadas por:

$$U_{m_A}^* = \frac{1}{2} m_A v_a^2 \quad (\text{II.4})$$

onde:

$$v_a^2 = \dot{x}^2 + \left(\frac{l}{2} \dot{\theta} \right)^2 + l \dot{x} \dot{\theta} \cos \theta \quad (\text{II.5})$$

(ver Figura II-2 com: $a = l/2$ e $\beta = \theta$)

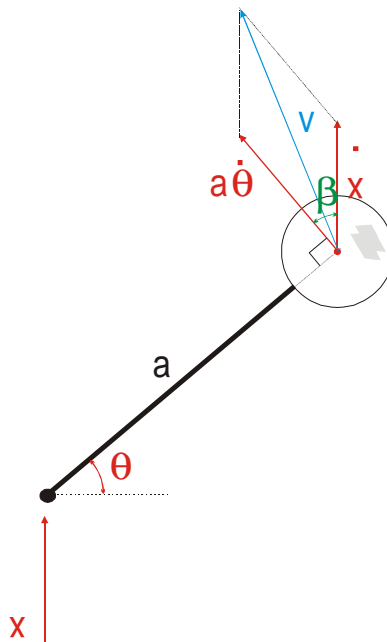


Figura II-2 – Determinação da velocidade da massa m_A .

ainda;

$$U_{m_B}^* = \frac{1}{2} m_B v_b^2 = \frac{1}{2} m_B \dot{x}^2 \quad (\text{II.6})$$

$$U_{m_C}^* = \frac{1}{2} m_C v_c^2 \quad (\text{II.7})$$

onde:

$$v_c^2 = \dot{x}^2 + \left(\frac{l}{2} \dot{\theta} \right)^2 - l \dot{x} \dot{\theta} \cos \theta \quad (\text{II.8})$$

(ver Figura II-3 com: $a = l/2$ e $\beta = \theta$)

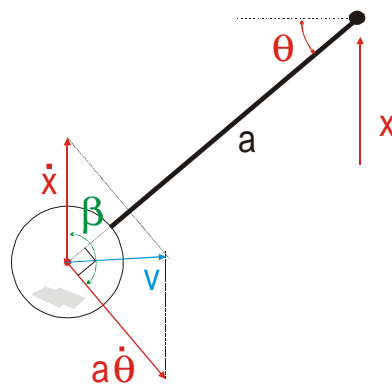


Figura II-3 – Determinação da velocidade da massa m_C .

e;

$$U_{m_m}^* = \frac{1}{2} m_m v_m^2 = \frac{1}{2} m_B \dot{x}_B^2 \quad (\text{II.9})$$

$$U_J^* = \frac{1}{2} J \dot{\theta}^2 \quad (\text{II.10})$$

onde, para uma barra de seção transversal quadrada de lado a , tem-se:

$$J = \frac{1}{12} m_B (a^2 + l^2) \quad (\text{II.11})$$

Com relação às molas, suas energias potenciais são dadas por:

$$T_{k_A} = \frac{1}{2} k_A \Delta_A^2 \quad (\text{II.12})$$

onde:

$$\Delta_A^2 = (x_A - d)^2 + \left[\frac{l}{2} (1 - \cos \theta) \right]^2 \quad (\text{II.13})$$

(ver Figura II-4)

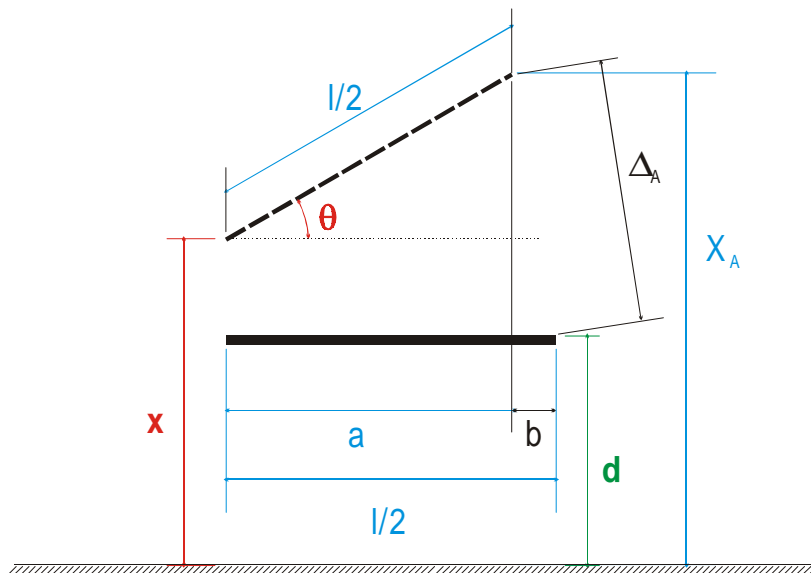


Figura II-4 – Determinação da deformação da mola k_A .

e:

$$T_{k_B} = \frac{1}{2} k_B \Delta_B^2 = \frac{1}{2} k_B (x_B - d)^2 \quad (\text{II.14})$$

Por fim, para os amortecedores, os co-conteúdos, que são iguais aos conteúdos, são dados por:

$$J_{SA} = J_{c_A} + J_{c_B} \quad (\text{II.15})$$

onde:

$$J_{c_A} = \frac{1}{2} c_A \dot{\Delta}_A^2 = \frac{1}{2} c_A \left\{ \frac{d}{dt} \sqrt{(x_A - d)^2 + \left[\frac{l}{2} (1 - \cos \theta) \right]^2} \right\}^2 \quad (\text{II.16})$$

e;

$$J_{c_B} = \frac{1}{2} c_B \dot{\Delta}_B^2 = \frac{1}{2} c_B \left[\frac{d}{dt} (x_B - d) \right]^2 \quad (\text{II.17})$$

Reescrevendo os deslocamentos verticais dos pontos relevantes da barra e suas derivadas, em função de x , θ e x_U , temos:

$$x_A = x + \frac{l}{2} \text{sen } \theta \Rightarrow \dot{x}_A = \dot{x} + \frac{l}{2} \cos \theta \dot{\theta} \quad (\text{II.18})$$

$$x_B = x - x_U \Rightarrow \dot{x}_B = \dot{x} - \dot{x}_u \quad (\text{II.19})$$

$$x_C = x - \frac{l}{2} \text{sen } \theta \Rightarrow \dot{x}_C = \dot{x} - \frac{l}{2} \cos \theta \dot{\theta} \quad (\text{II.20})$$

Obs.: Para fins da dinâmica do sistema considera-se na realidade as variações em torno do equilíbrio e não as medidas absolutas com relação ao referencial fixo, desprezando-se assim as constantes (x_0 , x_{A0} , x_{B0} e x_{C0}).

Definindo as coordenadas generalizadas como sendo:

$$q = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ \theta \end{bmatrix} \quad (\text{II.21})$$

Dada a equação de Lagrange para o movimento deste sistema mecânico não conservativo, temos:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L_{SA}(q, \dot{q})}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L_{SA}(q, \dot{q})}{\partial q_i} + \frac{\partial J_{SA}(q, \dot{q})}{\partial \dot{q}_i} = F_i, \quad i = 1, 2 \quad (\text{II.22})$$

onde as forças externas, F_i , atuando no sistema são basicamente forças estáticas relacionadas aos efeitos gravitacionais e são dadas por:

$$F_1 = k_A \cdot \partial_A + k_B \cdot \partial_B - m \cdot g$$

$$F_2 = \frac{l}{2} (m_A - m_c) g \quad (\text{II.23})$$

Com base nas equações de (II.1) à (II.21) temos que o lagrangeano e o conteúdo do sistema de alavanca são dados por:

$$L_{SA}(q, \dot{q}) = \frac{1}{2} m_A \left[\dot{q}_1^2 + \left(\frac{l}{2} \dot{q}_2 \right)^2 + l \dot{q}_1 \dot{q}_2 \cos(q_2) \right] + \frac{1}{2} m_C \left[\dot{q}_1^2 + \left(\frac{l}{2} \dot{q}_2 \right)^2 - l \dot{q}_1 \dot{q}_2 \cos(q_2) \right]$$

$$+ \frac{1}{2} m_B \dot{q}_1^2 + \frac{1}{2} m_m (\dot{q}_1 - \dot{x}_u)^2 + \frac{1}{24} m_B (a^2 + l^2) \dot{q}_2^2 - \frac{l}{2} k_B (q_1 - x_u - d)^2 \quad (\text{II.24})$$

$$- \frac{1}{8} k_A \left[4 \left(q_1 + \frac{l}{2} \sin(q_2) - d \right)^2 + l^2 (1 - \cos(q_2))^2 \right]$$

$$J_{SA}(q, \dot{q}) = \frac{1}{32} c_A \frac{\left[8 \left(\dot{q}_1 + \frac{l}{2} \dot{q}_2 \cos(q_2) - \dot{d} \right)^2 \left(q_1 + \frac{l}{2} \sin(q_2) - d \right) + 2l^2 \dot{q}_2 \sin(q_2) (1 - \cos(q_2)) \right]^2}{4 \left(q_1 + \frac{l}{2} \sin(q_2) - d \right)^2 + l^2 (1 - \cos(q_2))^2} \quad (\text{II.25})$$

$$+ \frac{1}{2} c_B (\dot{q}_1 - \dot{x}_u - \dot{d})^2$$

Calculando as derivadas destes termos que aparecem na equação (II.22), tem-se:

$$\frac{dL_{SA}(q, \dot{q})}{dq_1} = -\frac{1}{8} k_A (8q_1 + 4l \sin(q_2) - 8d) - l k_B (q_1 - x_u - d) \quad (\text{II.26})$$

$$\frac{dL_{SA}(q, \dot{q})}{dq_2} = -\frac{l}{8} k_A \left[4 \left(q_1 + \frac{l}{2} \sin(q_2) - d \right) \cos(q_2) + 2l (1 - \cos(q_2)) \sin(q_2) \right]$$

$$+ \frac{l}{2} (m_C - m_A) \dot{q}_1 \dot{q}_2 \sin(q_2) \quad (\text{II.27})$$

$$\frac{dL_{SA}(q, \dot{q})}{d\dot{q}_1} = \frac{1}{2} m_A (2\dot{q}_1 + l\dot{q}_2 \cos(q_2)) + m_B \dot{q}_1 + \frac{1}{2} m_C (2\dot{q}_1 - l\dot{q}_2 \cos(q_2)) + m_m (\dot{q}_1 - \dot{x}_u) \quad (\text{II.28})$$

$$\frac{dL_{SA}(q, \dot{q})}{d\dot{q}_2} = m_A \left[\left(\frac{l}{2} \right)^2 \dot{q}_2 + \frac{l}{2} \dot{q}_1 \cos(q_2) \right] + m_C \left[\left(\frac{l}{2} \right)^2 \dot{q}_2 - \frac{l}{2} \dot{q}_1 \cos(q_2) \right] + \frac{1}{12} m_B (a^2 + l^2) \dot{q}_2 \quad (\text{II.29})$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left[\frac{dL_{SA}(q, \dot{q})}{d\dot{q}_1} \right] &= \frac{1}{2} m_A (2\ddot{q}_1 + l\ddot{q}_2 \cos(q_2) - l\dot{q}_2^2 \sin(q_2)) + m_B \ddot{q}_1 + m_m (\ddot{q}_1 - \ddot{x}_u) \\ &+ \frac{1}{2} m_C (2\ddot{q}_1 - l\ddot{q}_2 \cos(q_2) + l\dot{q}_2^2 \sin(q_2)) \end{aligned} \quad (\text{II.30})$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left[\frac{dL_{SA}(q, \dot{q})}{d\dot{q}_2} \right] &= m_A \left[\left(\frac{l}{2} \right)^2 \ddot{q}_2 + \frac{l}{2} \ddot{q}_1 \cos(q_2) - \frac{l}{2} \dot{q}_1^2 \sin(q_2) \right] + \frac{1}{12} m_B (a^2 + l^2) \ddot{q}_2 \\ &+ m_C \left[\left(\frac{l}{2} \right)^2 \ddot{q}_2 - \frac{l}{2} \ddot{q}_1 \cos(q_2) + \frac{l}{2} \dot{q}_1^2 \sin(q_2) \right] \end{aligned} \quad (\text{II.31})$$

$$\begin{aligned} \frac{dJ_{SA}(q, \dot{q})}{d\dot{q}_1} &= c_B (\dot{q}_1 - \dot{x}_u - \dot{d}) + \frac{1}{16} c_A (8q_1 + 4l \sin(q_2) - 8d) \\ &\frac{\left[8 \left(\dot{q}_1 + \frac{l}{2} \dot{q}_2 \cos(q_2) - \dot{d} \right) \left(q_1 + \frac{l}{2} \sin(q_2) - d \right) + 2l^2 \dot{q}_2 \sin(q_2) (1 - \cos(q_2)) \right]}{4 \left(q_1 + \frac{l}{2} \sin(q_2) - d \right)^2 + l^2 (1 - \cos(q_2))^2} \end{aligned} \quad (\text{II.32})$$

$$\begin{aligned} \frac{dJ_{SA}(q, \dot{q})}{d\dot{q}_2} &= \frac{1}{16} c_A \left[4l \cos(q_2) \left(q_1 + \frac{l}{2} \sin(q_2) - d \right) + 2l^2 \sin(q_2) (1 - \cos(q_2)) \right] \\ &\frac{\left[8 \left(\dot{q}_1 + \frac{l}{2} \dot{q}_2 \cos(q_2) - \dot{d} \right) \left(q_1 + \frac{l}{2} \sin(q_2) - d \right) + 2l^2 \dot{q}_2 \sin(q_2) (1 - \cos(q_2)) \right]}{4 \left(q_1 + \frac{l}{2} \sin(q_2) - d \right)^2 + l^2 (1 - \cos(q_2))^2} \end{aligned} \quad (\text{II.33})$$

Substituindo as equações (II.23) e de (II.26) à (II.33) na equação (II.22), obtém-

se então:

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{2}m_A(2\ddot{q}_1 + l\ddot{q}_2 \cos(q_2) - l\dot{q}_2^2 \sin(q_2)) + \frac{1}{2}m_C(2\ddot{q}_1 - l\ddot{q}_2 \cos(q_2) + l\dot{q}_2^2 \sin(q_2)) \\
& + m_m(\ddot{q}_1 - \ddot{x}_u) + m_B\ddot{q}_1 + \frac{1}{8}k_A(8q_1 + 4l \sin(q_2) - 8d) + lk_B(q_1 - x_u - d) \\
& + c_B(\dot{q}_1 - \dot{x}_u - \dot{d}) + \frac{1}{16}c_A(8q_1 + 4l \sin(q_2) - 8d) \\
& \left[\frac{8\left(\dot{q}_1 + \frac{l}{2}\dot{q}_2 \cos(q_2) - \dot{d}\right)\left(q_1 + \frac{l}{2}\sin(q_2) - d\right) + 2l^2\dot{q}_2 \sin(q_2)(1 - \cos(q_2))}{4\left(q_1 + \frac{l}{2}\sin(q_2) - d\right)^2 + l^2(1 - \cos(q_2))^2} \right] \\
& = k_A \cdot \partial_A + k_B \cdot \partial_B - m \cdot g
\end{aligned} \tag{II.34}$$

$$\begin{aligned}
& m_A \left[\left(\frac{l}{2} \right)^2 \ddot{q}_2 + \frac{l}{2} \ddot{q}_1 \cos(q_2) - \frac{l}{2} \dot{q}_1^2 \sin(q_2) \right] + \frac{1}{12} m_B (a^2 + l^2) \ddot{q}_2 \\
& + m_C \left[\left(\frac{l}{2} \right)^2 \ddot{q}_2 - \frac{l}{2} \ddot{q}_1 \cos(q_2) + \frac{l}{2} \dot{q}_1^2 \sin(q_2) \right] - \frac{l}{2} (m_C - m_A) \dot{q}_1 \dot{q}_2 \sin(q_2) \\
& + \frac{l}{8} k_A \left[4 \left(q_1 + \frac{l}{2} \sin(q_2) - d \right) \cos(q_2) + 2l(1 - \cos(q_2)) \sin(q_2) \right] \\
& + \frac{1}{16} c_A \left[4l \cos(q_2) \left(q_1 + \frac{l}{2} \sin(q_2) - d \right) + 2l^2 \sin(q_2) (1 - \cos(q_2)) \right] \\
& \left[\frac{8\left(\dot{q}_1 + \frac{l}{2}\dot{q}_2 \cos(q_2) - \dot{d}\right)\left(q_1 + \frac{l}{2}\sin(q_2) - d\right) + 2l^2\dot{q}_2 \sin(q_2)(1 - \cos(q_2))}{4\left(q_1 + \frac{l}{2}\sin(q_2) - d\right)^2 + l^2(1 - \cos(q_2))^2} \right] \\
& = \frac{l}{2} (m_A - m_C) g
\end{aligned} \tag{II.35}$$

A partir das equações (II.34) e (II.35) algum esforço algébrico precisa ser empenhado no sentido de obter equações onde a derivada de maior ordem de cada coordenada generalizada apareça isolada no lado esquerdo de cada respectiva equação. Ainda como parte deste esforço algébrico algumas definições são feitas (equações de (II.36) à (II.43)) com o objetivo de simplificar a manipulação algébrica e a apresentação das equações resultantes.

$$m = m_A + m_B + m_C + m_m \tag{II.36}$$

$$k_1 = \frac{l}{2}(m_A - m_C) \quad (\text{II.37})$$

$$k_2 = \left(\frac{l}{2}\right)^2 (m_A + m_C) + \frac{1}{12} m_B (a^2 + l^2) \quad (\text{II.38})$$

$$T_{11} = (k_A \delta_A + k_B \delta_B - mg) - \frac{1}{8} k_A (8q_1 + 4l \sin(q_2) - 8d) - lk_B (q_1 - x_U - d) - c_B (\dot{q}_1 - \dot{x}_U - \dot{d}) + k_1 \dot{q}_2^2 \sin(q_2) + m_m \ddot{x}_u \quad (\text{II.39})$$

$$T_{12} = -\frac{\frac{1}{16} c_A (8q_1 + 4l \sin(q_2) - 8d)}{4\left(q_1 + \frac{l}{2} \sin(q_2) - d\right)^2 + l^2 (1 - \cos(q_2))^2} \quad (\text{II.40})$$

$$\left[8\left(\dot{q}_1 + \frac{l}{2} \dot{q}_2 \cos(q_2) - \dot{d}\right) \left(q_1 + \frac{l}{2} \sin(q_2) - d\right) + 2l^2 \dot{q}_2 \sin(q_2) (1 - \cos(q_2)) \right]$$

$$T_{21} = \frac{l}{2} (m_A - m_C) g - \frac{1}{8} k_A \left[4\left(q_1 + \frac{l}{2} \sin(q_2) - d\right) \cos(q_2) + 2l^2 (1 - \cos(q_2)) \sin(q_2) \right] \quad (\text{II.41})$$

$$T_{22} = -\frac{\frac{1}{16} c_A \left[4\left(q_1 + \frac{l}{2} \sin(q_2) - d\right) \cos(q_2) + 2l^2 (1 - \cos(q_2)) \sin(q_2) \right]}{4\left(q_1 + \frac{l}{2} \sin(q_2) - d\right)^2 + l^2 (1 - \cos(q_2))^2} \quad (\text{II.42})$$

$$\left[8\left(\dot{q}_1 + \frac{l}{2} \dot{q}_2 \cos(q_2) - \dot{d}\right) \left(q_1 + \frac{l}{2} \sin(q_2) - d\right) + 2l^2 \dot{q}_2 \sin(q_2) (1 - \cos(q_2)) \right]$$

$$T_D = -k_2 m + (k_1 \cos(q_2))^2 \quad (\text{II.43})$$

Como resultado, obtiveram-se as seguintes equações que descrevem a dinâmica não-linear do sistema de alavanca:

$$\ddot{q}_1 = \frac{-k_2 (T_{11} + T_{12}) + k_1 \cos(q_2) (T_{21} + T_{22})}{T_D} \quad (\text{II.44})$$

$$\ddot{q}_2 = \frac{-m (T_{21} + T_{22}) + k_1 \cos(q_2) (T_{11} + T_{12})}{T_D} \quad (\text{II.45})$$

Finalmente, uma representação matemática não-linear para o sistema de alavanca pode ser escrita com base nas equações (II.44) e (II.45), da seguinte forma:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x(t), u(t), t) \\ y &= g(x(t), t) = q_1 - \frac{l}{2} \text{sen}(q_2)\end{aligned}\quad (\text{II.46})$$

onde:

$$x(t) = \begin{bmatrix} q_1 \\ \dot{q}_1 \\ q_2 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix}; u(t) = \begin{bmatrix} x_u \\ d \end{bmatrix}; f(x(t), u(t), t) = \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \frac{-k_2(T_{11} + T_{12}) + k_1 \cos(q_2)(T_{21} + T_{22})}{T_D} \\ \dot{q}_2 \\ \frac{-m(T_{21} + T_{22}) + k_1 \cos(q_2)(T_{11} + T_{12})}{T_D} \end{bmatrix}\quad (\text{II.47})$$

Modelos para o servomotor D.C. são encontrados facilmente na bibliografia (Ogata, 1993; Kuo, 1995). O modelo utilizado neste trabalho é o mesmo apresentado por Ogata (1993) onde se considera a indutância de armadura desprezível e como consequência reduz-se o modelo do servomotor para um modelo de segunda ordem conforme pode ser visto na equação (II.48):

$$\ddot{\theta}_m + \frac{1}{T_m} \dot{\theta}_m = \frac{K_m}{T_m} e_a \quad (\text{II.48})$$

onde T_m e K_m são, respectivamente, constante de tempo do motor e constante de ganho do motor.

O fuso acoplado diretamente ao eixo do servomotor, que completa o servoatuador, é responsável pela conversão do movimento angular do eixo do servomotor (θ_m) para o movimento translacional vertical do centro da alavanca (x_u). A constante de conversão é dada pelo passo da hélice do fuso (L_p). Logo, a equação que descreve a dinâmica do servoatuador é:

$$\ddot{x}_u + \frac{1}{T_m} \dot{x}_u = \frac{L_p K_m}{T_m} e_a \quad (\text{II.49})$$

A utilização de um fuso para transmissão de potência mecânica tem ainda como consequência a redução dos efeitos do carregamento no eixo do motor. Estes efeitos são representados pela inércia da carga e estão embutidos nos valores das constante de ganho e constante de tempo do servomotor.

II.3. MODELO LINEARIZADO.

Diversas ferramentas de análise de sistemas e projeto de controladores aplicam-se apenas a sistemas lineares. Devido a grande utilidade destas ferramentas, é prática comum linearizar-se sistemas não-lineares e aplicar estas ferramentas para obter um ou mais controladores. Uma vez projetado(s) o(s) controlador(es), analisa-se o desempenho do sistema linear controlado e caso se obtenha um controlador satisfatório para o caso linear busca-se sua aplicação no sistema não-linear.

Dentre as diversas técnicas de linearização existentes, optou-se neste trabalho por obter uma aproximação linear para as equações (II.44) e (II.45) através do truncamento da expansão em séries de Taylor destas equações, em torno do ponto de equilíbrio; $q_1 = q_2 = x_u = d = 0$. Considerando-se então que os termos de ordem superior da expansão podem ser desprezados, obtém-se as seguintes equações diferenciais ordinárias (EDOs) lineares de segunda ordem que descrevem a dinâmica do sistema em torno do ponto de equilíbrio:

$$\begin{aligned} \ddot{q}_1 = & CL_{11}\dot{q}_1 + CL_{12}q_1 + CL_{13}\dot{q}_2 + CL_{14}q_2 + \\ & + CL_{15}\dot{d} + CL_{16}d + CL_{17}\ddot{x}_u + CL_{18}\dot{x}_u + CL_{19}x_u \end{aligned} \quad (\text{II.50})$$

$$\begin{aligned} \ddot{q}_2 = & CL_{21}\dot{q}_1 + CL_{22}q_1 + CL_{23}\dot{q}_2 + CL_{24}q_2 + \\ & + CL_{25}\dot{d} + CL_{26}d + CL_{27}\ddot{x}_u + CL_{28}\dot{x}_u + CL_{29}x_u \end{aligned} \quad (\text{II.51})$$

onde os coeficientes (CL_{ij}) das EDOs lineares (II.50) e (II.51) são:

$$CL_{11} = \frac{-k_2(-c_a - c_b) - \frac{l}{2}k_1c_a}{-k_2m + k_1^2} \quad (\text{II.52})$$

$$CL_{12} = \frac{-k_2(-k_a - lk_b) - \frac{l}{2}k_1k_a}{-k_2m + k_1^2} \quad (\text{II.53})$$

$$CL_{13} = \frac{\frac{l}{2}k_2c_a - \left(\frac{l}{2}\right)^2k_1c_a}{-k_2m + k_1^2} \quad (\text{II.54})$$

$$CL_{14} = \frac{\frac{l}{2}k_2k_a - \left(\frac{l}{2}\right)^2k_1k_a}{-k_2m + k_1^2} \quad (\text{II.55})$$

$$CL_{15} = \frac{-k_2(c_a + c_b) + \frac{l}{2}k_1c_a}{-k_2m + k_1^2} \quad (\text{II.56})$$

$$CL_{16} = \frac{-k_2(k_a + lk_b) + \frac{l}{2}k_1k_a}{-k_2m + k_1^2} \quad (\text{II.57})$$

$$CL_{17} = \frac{-k_2m_m}{-k_2m + k_1^2} \quad (\text{II.58})$$

$$CL_{18} = \frac{-k_2c_b}{-k_2m + k_1^2} \quad (\text{II.59})$$

$$CL_{19} = \frac{-k_2lk_b}{-k_2m + k_1^2} \quad (\text{II.60})$$

$$CL_{21} = \frac{\frac{l}{2}mc_a + k_1(-c_a - c_b)}{-k_2m + k_1^2} \quad (\text{II.61})$$

$$CL_{22} = \frac{\frac{l}{2}mk_a + k_1(-k_a - lk_b)}{-k_2m + k_1^2} \quad (\text{II.62})$$

$$CL_{23} = \frac{\left(\frac{l}{2}\right)^2 mc_a - \frac{l}{2}k_1c_a}{-k_2m + k_1^2} \quad (\text{II.63})$$

$$CL_{24} = \frac{\left(\frac{l}{2}\right)^2 mk_a - \frac{l}{2}k_1k_a}{-k_2m + k_1^2} \quad (\text{II.64})$$

$$CL_{25} = \frac{-\frac{l}{2}mc_a + k_1(c_a + c_b)}{-k_2m + k_1^2} \quad (\text{II.65})$$

$$CL_{26} = \frac{-\frac{l}{2}mk_a + k_1(k_a + lk_b)}{-k_2m + k_1^2} \quad (\text{II.66})$$

$$CL_{27} = \frac{k_1m_m}{-k_2m + k_1^2} \quad (\text{II.67})$$

$$CL_{28} = \frac{k_1c_b}{-k_2m + k_1^2} \quad (\text{II.68})$$

$$CL_{29} = \frac{k_1lk_b}{-k_2m + k_1^2} \quad (\text{II.69})$$

Das equações (II.48) e (II.49), tem-se que:

$$x_u = L_P \theta_m \Leftrightarrow \dot{x}_u = L_P \dot{\theta}_m \quad (\text{II.70})$$

$$\ddot{x}_u = \frac{-L_P}{T_m} \dot{\theta}_m + \frac{L_P K_m}{T_m} e_a \quad (\text{II.71})$$

Das equações (II.50), (II.51), (II.70) e (II.71), obtém-se as três EDOs que descrevem a dinâmica do sistema incluindo o servoatuador.

$$\ddot{q}_1 + a_1^{11}\dot{q}_1 + a_1^{12}q_1 + a_2^{11}\dot{q}_2 + a_2^{12}q_2 + a_3^{11}\dot{\theta}_m + a_3^{12}\theta_m = b_1^{12}e_a + b_2^{11}\dot{d} + b_2^{12}d \quad (\text{II.72})$$

$$\ddot{q}_2 + a_1^{21}\dot{q}_1 + a_1^{22}q_1 + a_2^{21}\dot{q}_2 + a_2^{22}q_2 + a_3^{21}\dot{\theta}_m + a_3^{22}\theta_m = b_1^{22}e_a + b_2^{21}\dot{d} + b_2^{22}d \quad (\text{II.73})$$

$$\ddot{\theta}_m + a_3^{31}\dot{\theta}_m = b_1^{32}e_a \quad (\text{II.74})$$

A nomenclatura usada nos coeficientes das equações (II.72), (II.73) e (II.74) apresenta-se coerente com aquela utilizada na teoria apresentada no APÊNDICE A e que é utilizada para obter uma representação em espaço de estados para o sistema representado por estas três EDOs.

Os coeficientes a_i^{jk} e b_i^{jk} são dados por:

$$\begin{aligned} a_1^{11} &= -CL_{11}, \quad a_1^{12} = -CL_{12}, \quad a_2^{11} = -CL_{13}, \quad a_2^{12} = -CL_{14}, \quad a_3^{11} = -L_P CL_{18} + \frac{L_P CL_{17}}{T_m} \\ a_3^{12} &= -L_P CL_{19}, \quad a_1^{21} = -CL_{21}, \quad a_1^{22} = -CL_{22}, \quad a_2^{21} = -CL_{23}, \quad a_2^{22} = -CL_{24} \\ a_3^{21} &= -L_P CL_{28} + \frac{L_P CL_{27}}{T_m}, \quad a_3^{22} = -L_P CL_{29}, \quad a_3^{31} = \frac{1}{T_m} \end{aligned} \quad (\text{II.75})$$

e;

$$\begin{aligned} b_1^{12} &= \frac{L_P K_m CL_{17}}{T_m}, \quad b_2^{11} = CL_{15}, \quad b_2^{12} = CL_{16}, \\ b_1^{22} &= \frac{L_P K_m CL_{27}}{T_m}, \quad a_2^{21} = CL_{25}, \quad b_2^{22} = CL_{26}, \quad b_1^{32} = \frac{K_m}{T_m} \end{aligned} \quad (\text{II.76})$$

Aplicando-se então a metodologia apresentada no APÊNDICE A obtém-se o seguinte modelo em espaço de estados para o sistema eletromecânico proposto:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -a_1^{12} & -a_1^{11} & -a_2^{12} & -a_2^{11} & -a_3^{12} & -a_3^{11} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -a_1^{22} & -a_1^{21} & -a_2^{22} & -a_2^{21} & -a_3^{22} & -a_3^{21} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -a_3^{31} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \beta_2^{11} \\ \beta_1^{12} & \beta_2^{12} \\ 0 & \beta_2^{21} \\ \beta_1^{22} & \beta_2^{22} \\ 0 & 0 \\ \beta_1^{32} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_a \\ d \end{bmatrix} \quad (\text{II.77})$$

$$y = x_c = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -l/2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 \end{bmatrix}^T$$

Os estados do sistema, segundo o modelo (II.77), são:

$$\begin{aligned}
x_1 &= q_1 = x \\
x_2 &= \dot{q}_1 - \beta_2^{11}d = \dot{x} - \beta_2^{11}d \\
x_3 &= q_2 = \theta \\
x_4 &= \dot{q}_2 - \beta_2^{21}d = \dot{\theta} - \beta_2^{21}d \\
x_5 &= \theta_m \\
x_6 &= \dot{\theta}_m
\end{aligned} \quad (\text{II.78})$$

Os coeficientes β_i^{jk} que aparecem nas equações (II.77) e (II.78) são dados em termos dos coeficientes das EDOs definidos em (II.75) e (II.76).

$$\begin{aligned}
\beta_1^{12} &= b_1^{12} \\
\beta_1^{22} &= b_1^{22} \\
\beta_1^{32} &= b_1^{32} \\
\beta_2^{11} &= b_2^{11} \\
\beta_2^{21} &= b_2^{21} \\
\beta_2^{12} &= b_2^{12} - a_1^{11}b_2^{11} - a_2^{11}b_2^{21} \\
\beta_2^{22} &= b_2^{22} - a_1^{21}b_2^{11} - a_2^{21}b_2^{21}
\end{aligned} \quad (\text{II.79})$$

O sistema representado pelo modelo dado na equação (II.77) pode ser representado graficamente conforme apresentado na (Figura II-5).

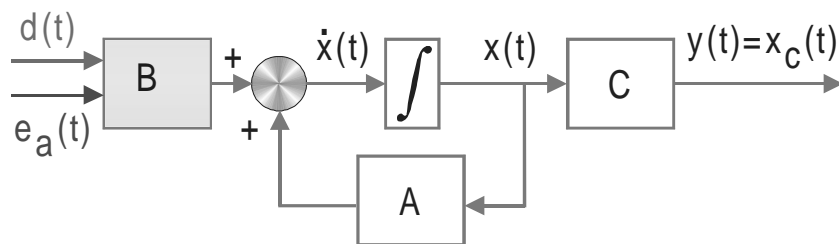


Figura II-5 – Representação gráfica do modelo linear em espaço de estados.

II.4. MODELO SIMPLIFICADO.

Assumindo que durante a operação o deslocamento angular da barra θ , será sempre suficientemente pequeno para que se possa aceitar as seguintes aproximações:

$$\begin{aligned} \text{sen}\theta &\cong \theta \\ \text{cos}\theta &\cong 1 \end{aligned} \quad (\text{II.80})$$

Substituindo estas aproximações diretamente nas equações de energia dos elementos ((II.4) à (II.17)) e repetindo-se o procedimento matemático desenvolvido anteriormente para obtenção do lagrangeano e do co-conteúdo, obtém-se um modelo simplificado para o sistema, o qual pode ser usado para fins de análises e projetos de sistemas de controle lineares. Sendo assim, temos:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_S \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}_S \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}_S \mathbf{q} = \mathbf{F}_S \mathbf{v} &\Leftrightarrow \\ \begin{bmatrix} m & \frac{l}{2}(m_A - m_C) \\ \frac{l}{2}(m_A - m_C) & \left[\left(\frac{l}{2} \right)^2 (m_A - m_C) + J \right] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (c_A + c_B) & \frac{l}{2}c_A \\ \frac{l}{2}c_A & \left(\frac{l}{2} \right)^2 c_A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} & \\ + \begin{bmatrix} (k_A + k_B) & \frac{l}{2}k_A \\ \frac{l}{2}k_A & \left(\frac{l}{2} \right)^2 k_A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_m & c_B & k_B & (c_A + c_B) & (k_A + k_B) \\ 0 & 0 & 0 & \frac{l}{2}c_A & \frac{l}{2}k_A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_u \\ \dot{x}_u \\ x_u \\ \dot{d} \\ d \end{bmatrix} & \end{aligned} \quad (\text{II.81})$$

Existindo a inversa da matriz de massas do modelo simplificado, \mathbf{M}_S , e com base nas relações (II.70) e (II.71), temos:

$$\begin{aligned}
\mathbf{I}\ddot{q} &= \mathbf{R}_S q + \mathbf{S}_S \dot{q} + \mathbf{P}_S w + \bar{\mathbf{F}}_S \bar{u} \Rightarrow \\
\Rightarrow \mathbf{I}\ddot{q} &= -\mathbf{M}_S^{-1} \mathbf{K}_S q - \mathbf{M}_S^{-1} \mathbf{C}_S \dot{q} + \mathbf{M}_S^{-1} \begin{bmatrix} \left(-m_m \frac{L_P}{T_m} + c_B L_P \right) & & \\ & k_B L_P & \\ & & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_m \\ \theta_m \end{bmatrix} + \\
&+ \mathbf{M}_S^{-1} \begin{bmatrix} m_m \frac{L_P K_m}{T_m} & (c_A + c_B) & (k_A + k_B) \\ & \frac{l}{2} c_A & \frac{l}{2} k_A \\ & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_a \\ \dot{d} \\ d \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{II.82}$$

É possível agora, colocar as equações (II.82) e (II.71) em uma forma idêntica as equações (II.72) à (II.74), como pode ser observado:

$$\ddot{q}_1 + as_1^{11} \dot{q}_1 + as_1^{12} q_1 + as_2^{11} \dot{q}_2 + as_2^{12} q_2 + as_3^{11} \dot{\theta}_m + as_3^{12} \theta_m = bs_1^{12} e_a + bs_2^{11} \dot{d} + bs_2^{12} d \tag{II.83}$$

$$\ddot{q}_2 + as_1^{21} \dot{q}_1 + as_1^{22} q_1 + as_2^{21} \dot{q}_2 + as_2^{22} q_2 + as_3^{21} \dot{\theta}_m + as_3^{22} \theta_m = bs_1^{22} e_a + bs_2^{21} \dot{d} + bs_2^{22} d \tag{II.84}$$

$$\ddot{\theta}_m + as_3^{31} \dot{\theta}_m = bs_1^{32} e_a \tag{II.85}$$

Conseqüentemente, a representação em espaço de estados para o modelo simplificado também tem forma idêntica àquela obtida para o modelo linearizado (equação (II.77)).

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -as_1^{12} & -as_1^{11} & -as_2^{12} & -as_2^{11} & -as_3^{12} & -as_3^{11} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -as_1^{22} & -as_1^{21} & -as_2^{22} & -as_2^{21} & -as_3^{22} & -as_3^{21} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -a_3^{31} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \beta s_2^{11} \\ \beta s_1^{12} & \beta s_2^{12} \\ 0 & \beta s_2^{21} \\ \beta s_1^{22} & \beta s_2^{22} \\ 0 & 0 \\ \beta s_1^{32} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_a \\ d \end{bmatrix} \\
y = x_c &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & -l/2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 \end{bmatrix}^T
\end{aligned} \tag{II.86}$$

Os estados, bem como os termos βs_i^{jk} , são definidos da mesma forma já apresentada em (II.78) e (II.79), a diferença esta nos coeficientes as_i^{jk} e bs_i^{jk} , que para o modelo simplificado da equação (II.86) são dados por:

$$\begin{aligned}
as_1^{11} = -\mathbf{S}_{S11}, \quad as_1^{12} = -\mathbf{R}_{S11}, \quad as_2^{11} = -\mathbf{S}_{S12}, \quad as_2^{12} = -\mathbf{R}_{S12}, \quad as_3^{11} = -\mathbf{P}_{S11}, \\
as_3^{12} = -\mathbf{P}_{S12}, \quad as_1^{21} = -\mathbf{S}_{S21}, \quad as_1^{22} = -\mathbf{R}_{S21}, \quad as_2^{21} = -\mathbf{S}_{S22}, \quad as_2^{22} = -\mathbf{R}_{S22}, \quad (II.87)
\end{aligned}$$

$$as_3^{21} = -\mathbf{P}_{S21}, \quad a_3^{22} = -\mathbf{P}_{S22} \quad e \quad a_3^{31} = \frac{1}{T_m}$$

e;

$$bs_1^{12} = \bar{\mathbf{F}}_{S11}, \quad bs_2^{11} = \bar{\mathbf{F}}_{S12}, \quad bs_2^{12} = \bar{\mathbf{F}}_{S13}, \quad bs_1^{22} = \bar{\mathbf{F}}_{S21}, \quad bs_2^{21} = \bar{\mathbf{F}}_{S22}, \quad bs_2^{22} = \bar{\mathbf{F}}_{S22}, \quad b_1^{32} = \frac{K_m}{T_m} \quad (II.88)$$

II.5. ESPECIFICAÇÕES DE DESEMPENHO.

Três modelos matemáticos foram obtidos para o sistema eletromecânico proposto. Nos próximos capítulos deste trabalho, técnicas para o projeto de controladores serão discutidas e empregadas no sentido de obterem-se leis de controle que proporcionem ao modelo de teste, ou seja, ao modelo não linear, uma resposta satisfatória. Nesta seção busca-se quantificar, à luz de alguns conceitos básicos da engenharia de controle, a idéia qualitativa de “resposta satisfatória” para o caso específico do sistema aqui estudado. A determinação das especificações de desempenho se deu com base na análise da resposta no tempo do sistema não linear, tanto para um degrau na entrada de referência, quanto para um distúrbio do tipo degrau.

O sistema não linear em malha aberta quando submetido a um sinal de referência do tipo degrau, com amplitude de 0,1m, apresenta uma resposta lenta, claramente caracterizada pela influência de dois modos de vibração, um mais lento e superamortecido e outro mais rápido e oscilante. A resposta praticamente não apresenta sobressinal, o tempo de acomodação, considerando-se uma faixa de acomodação de $\pm 5\%$ da amplitude do sinal de

referência, é de mais de 12,5s. e o tempo de subida de 0 a 100% da amplitude do sinal de referência é superior a 22s (Araújo e Yoneyama, 2001a).

Com a referência fixa em zero, quando um distúrbio do tipo degrau é injetado no sistema, a resposta atinge amplitudes superiores a uma vez e meia a amplitude do distúrbio injetado (0,01m). Além disso, se considerarmos que o distúrbio é satisfatoriamente rejeitado quando a amplitude da resposta é reduzida para uma faixa de $\pm 5\%$ da amplitude do distúrbio injetado, o sistema não controlado precisa de cerca de 13s para rejeitar o referido distúrbio.

Desta forma, as especificações de desempenho que caracterizam uma resposta satisfatória para o sistema não linear, são:

- Um sinal de referência tipo degrau deve ser acompanhado sem erro de regime;
- O tempo de subida deve ser reduzido a no máximo 10% do tempo obtido para o sistema não controlado;
- O tempo de acomodação (para $\pm 5,0\%$), por sua vez, deve ser reduzido a no máximo 20% do tempo obtido para o sistema não controlado;
- Estas especificações implicam em um aumento significativo da velocidade de resposta do sistema, é natural então, que surja sobressinal. No entanto, o sobressinal percentual não deve ser superior a 10%;
- Na rejeição de um distúrbio do tipo degrau, o tempo necessário para o sistema controlado rejeitar tal distúrbio, deve ser reduzido em pelo menos 95%. Além disso, o sinal de resposta não pode ultrapassar 40% da amplitude do distúrbio;

- Por fim, o sinal de controle gerado deve respeitar os limites de saturação do servoatuador, no caso, $\pm 12v$.

O objetivo deste trabalho é que estas especificações sejam atingidas com a utilização do controlador hierárquico inteligente (CHI) do Capítulo V. Assim sendo, durante os projetos dos controladores robustos e nebulosos apresentados nos Capítulo III e Capítulo IV, que são usados para compor o CHI, buscou-se satisfazer algumas destas especificações, tratando as especificações conflitantes separadamente em cada projeto, em vez de tentar em cada projeto obter um ajuste para satisfazer especificações conflitantes a partir do relaxamento destas especificações. Desta forma, espera-se que o CHI apresente a capacidade de aproveitar as melhores características de cada controlador, que vier a compô-lo, satisfazendo assim a todas as especificações descritas nesta seção.

CAPÍTULO III.

CONTROLE ROBUSTO

Erros de modelamento, variações nos parâmetros do sistema a ser controlado, ruídos e distúrbios são alguns dos principais obstáculos no projeto de sistemas de controle de alto desempenho. Estes fatores alteram de forma imprevisível o comportamento dos sistemas. Sendo assim, em várias aplicações práticas, incluindo o controle de vibrações que é alvo desta pesquisa, é desejado que o sistema de controle apresente robustez aos efeitos destes fatores.

O regulador de velocidade de Watt, que data de 1788, é apontado na bibliografia (por exemplo: Cruz, 1996 e Ogata, 1993) como primeiro sistema de controle realimentado de uso industrial que não apresentava o homem como elemento de fechamento da malha de realimentação.

Exceto por uns poucos trabalhos isolados, o interesse por sistemas de controle realimentados só voltou a ser despertado pouco antes da Segunda Guerra Mundial com os trabalhos de Nyquist (1932) e Hazen (1934). A partir de então o interesse por sistemas de controle realimentados cresceu consideravelmente e o aparecimento de estudos relacionados com tal classe de sistemas foi cada vez mais intensa atingindo seu ápice entre as décadas de 70 e 80 (Athans, 1971; Gilman and Rhoads, 1973; Houpis and Constantinides, 1973; Safonov and Athans, 1977; Doyle, 1978; Doyle and Stein, 1979; Doyle and Stein, 1981; Safonov

et.al., 1981; Postlethwait et.al., 1981; Davison and Ferguson, 1981; Cheng and Pearson, 1981; Seaks and Murray, 1981; Stein and Athans, 1987; Maciejowski, 1989), porém, segundo Mondié et.al. (2000), mesmo atualmente importantes contribuições continuam sendo apresentadas, inclusive, Cruz (1996) menciona o estudo da robustez de sistemas realimentados como sendo um dos tópicos a receber maior atenção da comunidade de controle nos últimos anos. (Dorato et.al., 1993)

Dentre as características que estimulam a busca por robustez em sistemas de controle, podemos citar a necessidade, presente em qualquer projeto de sistema de controle, de que tal controle funcione satisfatoriamente mesmo em condições de operação distintas daquelas consideradas durante a etapa de projeto, e na presença de incertezas de modelamento. Um sistema de controle com boas características de robustez com relação a incertezas do modelo pode possibilitar que um modelo intencionalmente simplificado seja utilizado para o projeto, reduzindo assim o tempo gasto na etapa de modelamento e diminuindo a complexidade tanto das análises quanto do controlador projetado, e espera-se que mesmo assim este controlador funcione de maneira adequada no controle do sistema real.

Diversas técnicas foram desenvolvidas nas últimas 4 décadas para o projeto de sistemas de controle que apresentem boas características de robustez tanto com relação ao desempenho quanto com relação à estabilidade. Entre as principais técnicas desenvolvidas para a síntese de controladores robustos, podem ser citadas o “Linear Quadratic Gaussian / Loop Transfer Recovery” (LQG/LTR), otimizações H_2 e H_∞ , métodos baseados em funções de Lyapunov, otimização minmax e “Quantitative Feedback Theory” (QFT). Nesta pesquisa optou-se pela utilização da técnica LQG/LTR por apresentar um procedimento de projeto simples e de natureza sistemática, aplicável a sistemas multivariáveis (“Multiple Input Multiple Output” - MIMO) lineares e invariantes no tempo (LTI), apesar do fato dos modelos

usados para o projeto do controlador (modelo linearizado e modelo simplificado) serem de entrada e saída simples (“Single Input Single Output” - SISO). Além disso, nesta técnica, a robustez do controlador é garantida pelo próprio procedimento mesmo em face de uma ampla classe de erros de modelamento e o número de parâmetros de projeto é relativamente pequena.

III.1. LQG/LTR – UMA BREVE APRESENTAÇÃO.

A metodologia LQG (“Linear Quadratic Gaussian”) para projeto de sistemas de controle já era conhecida antes da década de 70 (Athans, 1971) quando os aspectos de robustez e possíveis variações desta técnica passaram a ser vastamente investigados (Gilman and Rhoads, 1973; Houpis and Constantinides, 1973). Safonov e Athans (1977) mostram como um projeto LQG multivariável podem satisfazer quatro requisitos:

1. Estabilizar sistemas insuficientemente estáveis;
2. Reduzir a sensibilidade da resposta do sistema a ruídos;
3. Realizar uma relação entrada / saída desejada;
4. Prover ao sistema robustez com relação a variações na dinâmica de malha fechada.

Eles também propuseram uma metodologia de projeto, a qual denominaram de LQSF (“Linear Quadratic State Feedback”), que provia o sistema de uma margem de ganho infinita e uma margem de fase acima de $\pm 60^\circ$. A falta de margens de estabilidade garantidas (Doyle, 1978) encorajaram os esforços de um grande número de pesquisadores no sentido de

desenvolver uma técnica que recuperasse as boas propriedades de robustez do regulador LQSF. Doyle e Stein (1979) apresentaram uma técnica de projeto que eles descreveram como sendo um procedimento para ajuste de um sistema de controle linear baseado em observador de estados, que converge assintoticamente para a mesma função de transferência que a implementação do controle por realimentação plena dos estados. Todos estes esforços resultaram na determinação de um procedimento para recuperação de malha, que recebeu o nome de LTR (“Loop Transfer Recovery”) (Doyle and Stein, 1981). A idéia básica da recuperação é que pela manipulação das matrizes de peso, a relação de retorno na saída pode ser levada a convergir para a relação de retorno de um filtro de Kalman ou de um regulador de estados linear quadrático de ordem plena (regulador LQSF). Como resultado as boas propriedades de estabilidade e robustez do filtro de Kalman ou do regulador (LQSF) são obtidas (Doyle and Stein, 1981; Cruz, 1996; Skogestad and Postlethwaite, 1996).

O método LQG/LTR, conforme originalmente desenvolvido, é aplicável a sistemas de fase mínima. Para sistemas de fase não mínima, algumas modificações são necessárias (Stein and Athans, 1987). Isto se deve ao fato de que durante a recuperação, o controlador obtido pelo procedimento LTR inverte a dinâmica estável da planta. Em sistemas de fase não mínima isto resultaria no cancelamento de pólos e zeros no semi-plano direito, o que não é desejável.

III.2. ESPECIFICAÇÕES DE ROBUSTEZ – AS BARREIRAS DE ROBUSTEZ.

Espera-se que um controlador robusto¹ consiga dar ao sistema controlado boas características de desempenho e estabilidade, mesmo na presença de significativas incertezas de modelamento. Com relação ao desempenho, espera-se que o controlador dê ao sistema controlado:

1. Capacidade de acompanhamento de sinais de referência;
2. Capacidade de rejeição de distúrbios;
3. Insensibilidade a variações no sistema a ser controlado;
4. Capacidade de rejeição de erros de medida;

Quanto à estabilidade, espera-se que o controlador projetado com base em um modelo nominal (modelo para projeto) resulte estável quando aplicável ao sistema real (ou ao modelo de teste).

Cruz (1996) apresenta uma forma bastante didática para representar graficamente limites dentro dos quais garante-se robustez tanto do desempenho quanto da estabilidade. Estas representações gráficas são chamadas de barreiras de robustez. A idéia básica para determinação das barreiras de robustez consta de duas etapas. Na primeira etapa constroem-se uma barreira de baixa e uma de alta frequência (Figura III-1 (a)), com base no modelo de projeto e no fato de que as características de acompanhamento de sinais de referência, rejeição

¹ Isto é esperado de qualquer controlador, porém como o presente texto trata de controladores robustos, mais especificamente LQG/LTR, refere-se apenas aos controladores robustos.

a distúrbios e insensibilidade a variações no sistema a ser controlado serão tão melhores quanto maior for o ganho da função de transferência de malha nas baixas frequências e que a rejeição de ruídos de medida será tão melhor quanto menor for o ganho da função de transferência da malha nas altas frequências (tal idéia, válida para o caso SISO, pode ser estendida para o caso MIMO utilizando-se o conceito de valores singulares). Na segunda etapa, com base no erro de modelamento entre o modelo de projeto e o modelo real (ou de teste), que se presume poder ser pelo menos estimado quanto a seu limite superior, deforma-se a barreira de baixa frequência, obtendo a barreira de robustez do desempenho e também a barreira de alta frequência obtendo-se a barreira de robustez da estabilidade (Figura III-1 (b)). A determinação precisa da forma e da posição destas barreiras exigem, além da estimativa do limite superior para o erro de modelamento, estimativas das frequências até onde, ou a partir de onde, os ganhos da função de transferência de malha devem ter limite inferior, ou superior, para garantir que as características anteriormente citadas satisfaçam especificações prévias de desempenho. Contudo, uma idéia aproximada da localização destas barreiras pode ser de grande utilidade durante o projeto e análise de controladores robustos, principalmente projetos no domínio da frequência (Informações mais detalhadas sobre a construção destas barreiras podem ser encontradas em Cruz (1996)).

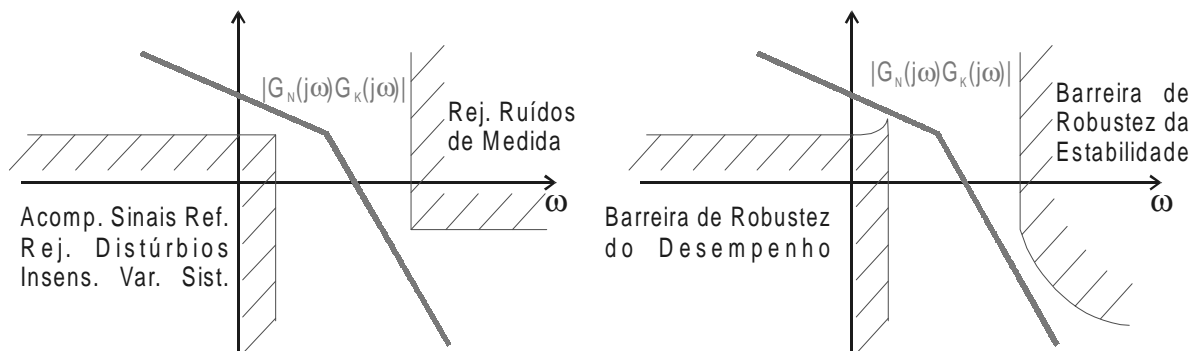


Figura III-1 – (a) Barreiras de baixa e alta frequência, (b) Barreiras de robustez do desempenho e estabilidade.

III.3. PROJETO LQG/LTR.

III.3.1. O Regulador LQG

Dado um sistema dinâmico LTI na forma:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= \mathbf{A}x(t) + \mathbf{B}u(t) \\ y(t) &= \mathbf{C}x(t)\end{aligned}\tag{III.1}$$

onde $x(t) \in \mathbf{R}^n$, $u(t) \in \mathbf{R}^m$, de maneira que o par (\mathbf{A}, \mathbf{B}) seja controlável e o par (\mathbf{A}, \mathbf{C}) seja observável.

É possível então, com base nestas suposições, adotar-se uma lei de controle do tipo realimentação de estados, a partir de estados estimados através de um observador de estados. É importante notar também, que como a dinâmica do sistema controlado em malha fechada é dada de maneira desacoplada, pelas dinâmicas do modelo com realimentação direta de estados e do observador de estados, propriedade conhecida como Princípio da Separação (Safonov and Athans, 1977; Cruz, 1996; Faleiros e Yoneyama, 2002), o projeto pode ser desenvolvido separadamente para o regulador linear e para o observador de estados. Desta forma, a lei de controle é dada por:

$$u(t) = -\mathbf{K}\hat{x}(t)\tag{III.2}$$

Da teoria de sistemas lineares, sabe-se que se o sistema é controlável, é possível obter uma matriz de ganhos da realimentação de estados \mathbf{K} , tal que os autovalores do regulador podem ser alocados arbitrariamente (Anderson and Moore, 1971; Houpis and Constantinides, 1973; Woodhead and Porter, 1973; Safonov and Athans, 1977). A hipótese da observabilidade do sistema, igualmente, garante que os autovalores que fornecem a dinâmica do erro de estimativa dos estados podem ser alocados arbitrariamente em função da

determinação da matriz de ganhos do observador \mathbf{L} . Considere o erro da estimativa dos estados dado por:

$$e_x(t) = x(t) - \hat{x}(t) \quad (\text{III.3})$$

com os estados e a saída estimados dados por:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}(t) &= \mathbf{A}\hat{x}(t) + \mathbf{B}u(t) + \mathbf{L}(y(t) - \hat{y}(t)) \\ \hat{y}(t) &= \mathbf{C}\hat{x}(t) \end{aligned} \quad (\text{III.4})$$

Logo, a dinâmica do erro é dada por:

$$\dot{e}_x(t) = (\mathbf{A} - \mathbf{K}\mathbf{C})e_x(t) \quad (\text{III.5})$$

Obtém-se então como controlador, um sistema dinâmico cuja dimensão do vetor de estados é igual à do sistema a ser controlado (eq.(III.1)), e sua dinâmica é descrita por:

$$\dot{\hat{x}}(t) = (\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K} - \mathbf{L}\mathbf{C})\hat{x}(t) + \mathbf{L}e(t) \quad (\text{III.6})$$

ou seja, a entrada do controlador é o erro de rastreamento $e(t)$, e a sua saída é o sinal de controle $u(t)$, conforme eq. (III.2), e que atuará no sistema a ser controlado (eq.(III.1)).

Este tipo de controlador, quando tem sua formulação baseada em um problema de controle ótimo estocástico, é comumente chamado de Regulador LQG. Neste caso, o objetivo é determinar uma lei de controle que minimize o valor esperado de um dado índice de desempenho quadrático com a medida da saída do sistema e seus estados afetados por ruídos brancos gaussianos, de média zero e não correlacionados entre si. As matrizes de ganho \mathbf{K} e \mathbf{L} são determinadas de maneira específica, requerendo a solução prévia de equações de Riccati envolvendo as matrizes de peso (ou penalização) do estado e do controle, bem como as matrizes de covariância dos ruídos brancos. Desta forma um controlador deste tipo tem uma estrutura conforme apresentado na Figura III-2.

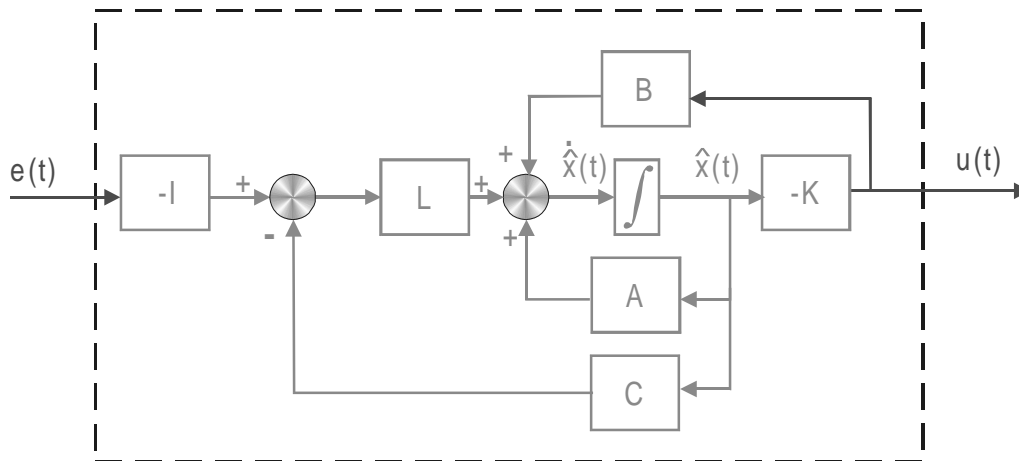


Figura III-2 – Estrutura de um Regulador LQG.

É oportuno notar que:

- No esquema do controlador aparecem explicitamente as matrizes **A**, **B** e **C** da representação em espaço de estados do modelo de projeto, de onde deriva a denominação compensador baseado no modelo (“Model Based Compensator”);
- As matrizes $\mathbf{L} \in \mathbf{R}^{n \times m}$ e $\mathbf{K} \in \mathbf{R}^{m \times n}$ são os parâmetros livres do controlador, devendo ser escolhidas de maneira a atender aos objetivos de projeto;
- Os sinais algébricos adotados para definir o controlador (Figura III-2) são tais que, quando $r(t) = 0$, $\hat{x}(t)$ corresponde à estimativa do estado num regulador com observador de estados.

III.3.2. O Método LQG/LTR

O método LQG/LTR consiste em um procedimento sistemático para o projeto de controladores robustos com a estrutura apresentada na Figura III-2. Este procedimento consta de duas etapas. Inicialmente projeta-se uma malha, chamada malha objetivo (“Target Filter

Loop” – TFL - $G_{KF}(s)$), que deve obedecer a especificações de desempenho previamente estabelecidas (por exemplo, através das barreiras de robustez). Uma vez obtida uma TFL adequada recuperam-se suas características para a função de transferência da malha formada pelo controlador e pelo modelo nominal de projeto ($G_K(s).G_N(s)$). Espera-se que, uma vez satisfeitas as especificações de robustez, este procedimento garanta que a malha formada pelo controlador e pelo sistema real (ou modelo de teste, $G_K(s).G_{Val}(s)$) satisfaça as já citadas especificações de desempenho.

Na realidade o procedimento LTR, inicialmente proposto por Doyle e Stein (1981), propõe que a TFL seja obtida através do projeto de um regulador linear quadrático (LQR) e em seguida recuperado através do ajuste de um filtro de Kalman, que funcionará como observador de estados, recupere-se a malha objetivo. Este procedimento corresponde à abertura da malha na entrada da planta e como consequência, tem-se que a função de transferência de malha é dada por $G_N(s).G_K(s)$ e não $G_K(s).G_N(s)$ como no caso dual, mencionado no parágrafo anterior e adotado nos projetos apresentados neste trabalho. No procedimento dual ao apresentado por Doyle e Stein (1981), o filtro de Kalman é inicialmente ajustado, obtendo-se uma malha objetivo satisfatória. Então, uma realimentação de estados ótima, tipo LQR, é projetada de forma a recuperar a TFL.

Dado um sistema dinâmico LTI, na forma:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{W}\xi \\ Y &= \mathbf{C}\mathbf{x} + v\end{aligned}\tag{III.7}$$

onde $x(t) \in \mathbf{R}^n$, $u(t) \in \mathbf{R}^m$, de maneira que o par (\mathbf{A}, \mathbf{B}) seja controlável, o par (\mathbf{A}, \mathbf{C}) seja observável e ξ e v sejam ruídos brancos gaussianos, não correlacionados, de média zero e matrizes de covariância dadas por:

$$\begin{aligned} E[\xi\xi^T] &= \Xi = \Xi^T \geq 0 \\ E[vv^T] &= \Theta = \Theta^T > 0 \end{aligned} \quad (\text{III.8})$$

O projeto da TFL consiste em determinar a matriz de ganho do filtro de Kalman (\mathbf{L}) que faz com que a TFL atenda as especificações de robustez da estabilidade. Onde a matriz \mathbf{L} é dada por:

$$\mathbf{L} = \Sigma \mathbf{C}^T \Theta^{-1} \quad (\text{III.9})$$

com Σ satisfazendo a seguinte equação algébrica de Riccati (ARE):

$$\mathbf{A}\Sigma + \Sigma\mathbf{A}^T + \mathbf{W}\Xi\mathbf{W}^T - \Sigma\mathbf{C}^T\Theta^{-1}\mathbf{C}\Sigma = 0 \quad (\text{III.10})$$

Tomando-se:

$$\begin{aligned} \Xi &= \mathbf{I} \\ \Theta &= \mu \mathbf{I} \end{aligned} \quad (\text{III.11})$$

o projeto da TFL resume-se então na escolha adequada do escalar μ e da matriz \mathbf{W} , onde a convergência dos estados estimados para os estados reais, que é garantida ser assintótica para todo $\mu > 0$, será tão mais rápida quanto menor for o valor de μ . No entanto, valores de μ muito pequenos, tendendo a zero, irão acarretar em elevados valores de ganho além de mover a curva da resposta em frequência da TFL para cima, em direção da barreira da robustez da estabilidade, tendendo inclusive a ultrapassá-la.

Uma vez obtida uma TFL que satisfaça as especificações de robustez da estabilidade o projeto do controlador robusto LQG/LTR é completado recuperando-se a TFL através do projeto de um LQR adequado que minimiza o seguinte funcional de custo quadrático.

$$J = \int_0^{\infty} (y^T y + \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u}) dt = \int_0^{\infty} (\mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u}) dt \quad (\text{III.12})$$

onde $\mathbf{Q} = \mathbf{C}^T \mathbf{C}$. É conveniente adotar-se ainda, $\mathbf{R} = \rho \mathbf{I}$. Nestas condições, a matriz de ganho do LQR é dada por (Safanov and Athans, 1977; Doyle and Stein, 1979):

$$\mathbf{K} = \rho^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{S} \quad (\text{III.13})$$

com \mathbf{S} satisfazendo a seguinte equação algébrica de Riccati (ARE):

$$\mathbf{S}\mathbf{A} + \mathbf{A}^T \mathbf{S} + \mathbf{Q} - \mathbf{S}\mathbf{B}\rho^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{S} = 0 \quad (\text{III.14})$$

Segundo o teorema fundamental do método LTR, descrito em detalhe em Faleiros e Yoneyama (2002), à medida que ρ tende para zero, o controlador tende a cancelar a dinâmica da planta e a função de transferência de malha tende para a TFL (Doyle and Stein, 1979), em contrapartida, os ganhos do LQR tornam-se demasiadamente grandes acarretando elevadas amplitudes dos sinais de controle gerados pelo controlador. Desta forma, faz-se necessário encontrar um meio termo entre a recuperação da TFL e a amplitude dos ganhos do LQR.

A matriz de funções de transferência (MFT) do controlador robusto LQG/LTR resulta:

$$G_K(s) = \mathbf{K}(s\mathbf{I} - \mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{K} + \mathbf{L}\mathbf{C})^{-1} \mathbf{L} \quad (\text{III.15})$$

III.4. O CONTROLADOR LQG/LTR PARA O MODELO SIMPLIFICADO.

Dado o modelo simplificado da eq.(II.86), na forma:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}_S \mathbf{x} + \mathbf{B}_S \mathbf{u} \\ Y &= \mathbf{C}_S \mathbf{x} \end{aligned} \quad (\text{III.16})$$

O projeto do filtro de Kalman para estimação dos estados que irá fornecer a TFL, inicia-se com a solução da ARE (III.10) com:

$$\mathbf{W} = \mathbf{B}_S(:,1); \quad \mathbf{\Xi} = \mathbf{I}; \quad \mathbf{\Theta} = \mu \mathbf{I} \quad (\text{III.17})$$

onde $\mathbf{B}_S(:,1)$ corresponde a primeira coluna da matriz \mathbf{B}_S e μ é o parâmetro livre do projeto conforme descrito na seção III.3.2. . A primeira coluna da matriz \mathbf{B}_S está relacionada com a entrada de controle ($e_a(t)$), como pode ser observado a partir da eq. (II.77). Segundo Cruz (1996), a matriz relacionada a entrada de controle deve ser a primeira tentativa de escolha para a matriz \mathbf{W} , além disso nos estudos e nas diversas simulações feitas durante esta pesquisa esta se mostrou uma escolha satisfatória para a matriz \mathbf{W} de forma que outras possíveis opções não chegaram a ser investigadas.

A Figura III-3 mostra a TFL obtida para diferentes valores de μ .

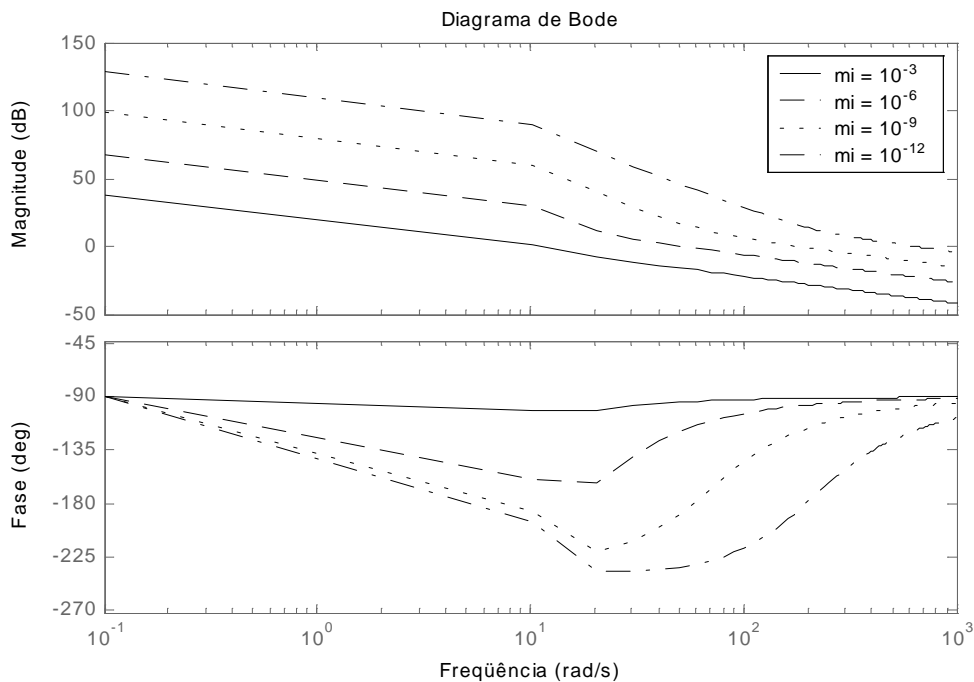


Figura III-3 – Malhas objetivo obtidas, a partir do modelo simplificado, para alguns valores de μ .

Com base no que já foi comentado a respeito da escolha do parâmetro μ e de sua influência na velocidade da convergência assintótica do erro de estimativa dos estados bem

como no ganho do controlador projetado, opções moderadas entre 10^{-3} e 10^{-9} foram avaliadas. Araújo et.al. (2002), por exemplo, utilizaram $\mu = 10^{-5}$ para obtenção da TFL e $\rho = 10^{-9}$ para sua recuperação, com bons resultados quanto a robustez do sistema controlado com relação a variações na massa a ser isolada (m_C). Optando-se então por um $\mu = 10^{-5}$ a evolução da recuperação da TFL com a variação de ρ pode ser observada na Figura III-4.

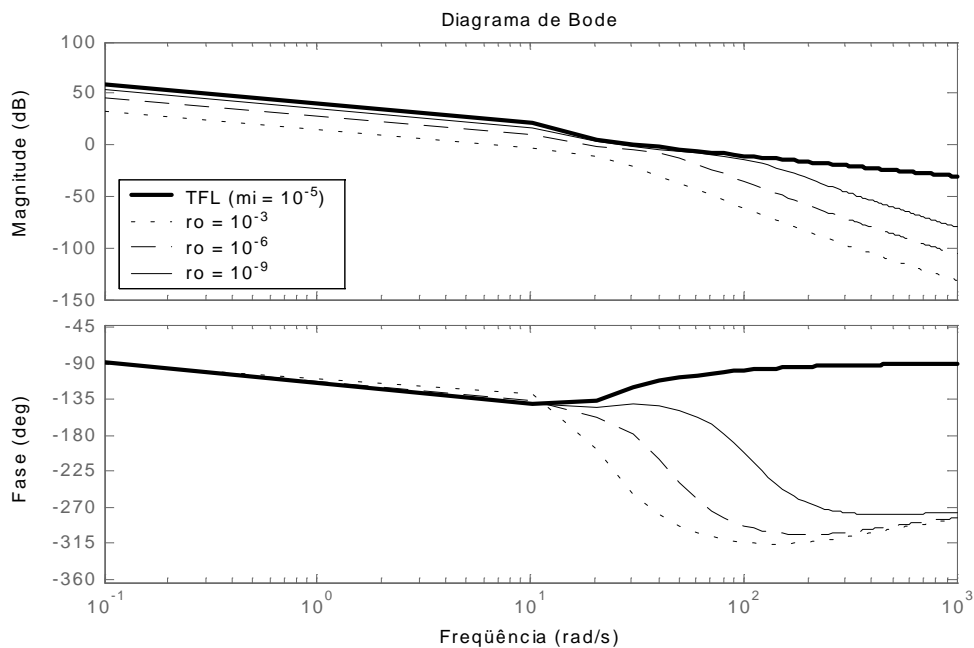


Figura III-4 – Recuperação da TFL (para $\mu = 10^{-5}$), para o modelo simplificado, para alguns valores de ρ .

É possível observar que para $\rho = 10^{-9}$ e, conseqüentemente, valores de ρ inferiores a este, a malha recuperada já se encontrará bastante próxima à TFL, principalmente nas baixas frequências. Com $\rho = 10^{-9}$ já obtém-se uma boa resposta para o sistema formado pelo modelo simplificado e pelo controlador, que é referido neste texto como sistema simplificado controlado. Além disso, controladores obtidos para valores de ρ superiores a 10^{-9} tendem a desestabilizar o modelo não linear como pode ser visto na Figura III-5, com um controlador obtido para $\mu = 10^{-5}$ e $\rho = 10^{-8}$. Tal fato pode ser visto como uma inadequação do modelo

simplificado para o projeto de sistemas de controle com o objetivo de controlar o modelo não-linear, tornando-se especialmente problemático conforme aumenta-se a amplitude dos sinais de referência e/ou distúrbio, pois a imposição desta limitação de $\rho < 10^{-8}$ (considerando-se um valor de μ previamente fixado) implica em uma limitação inferior para o ganho do controlador, desta forma, analisando-se do ponto de vista de sistemas lineares, ganhos elevados e grandes amplitudes na entrada (ou no distúrbio) irão acarretar grandes excursões do sinal de controle, saturando o servomotor, que como descrito na seção II.1. , é composto de um servomotor D.C., e cuja tensão de armadura pode variar entre $\pm 12\text{v}$. Simulações mostraram que o modelo não linear segue a mesma prerrogativa, e ainda que não seja de maneira linear as amplitudes do sinal de controle tendem a crescer conforme as amplitudes da referência a ser seguida ou do distúrbio a ser rejeitado crescem.

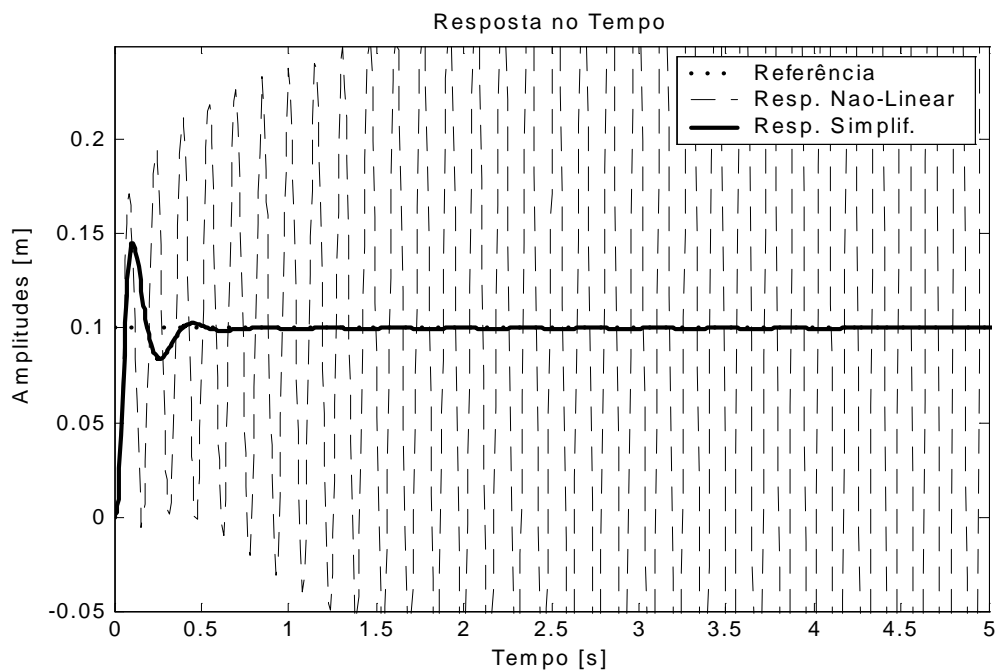


Figura III-5 – Resposta ao degrau dos modelos simplificado e não-linear com um controlador projetado para $\mu = 10^{-5}$ e $\rho = 10^{-8}$.

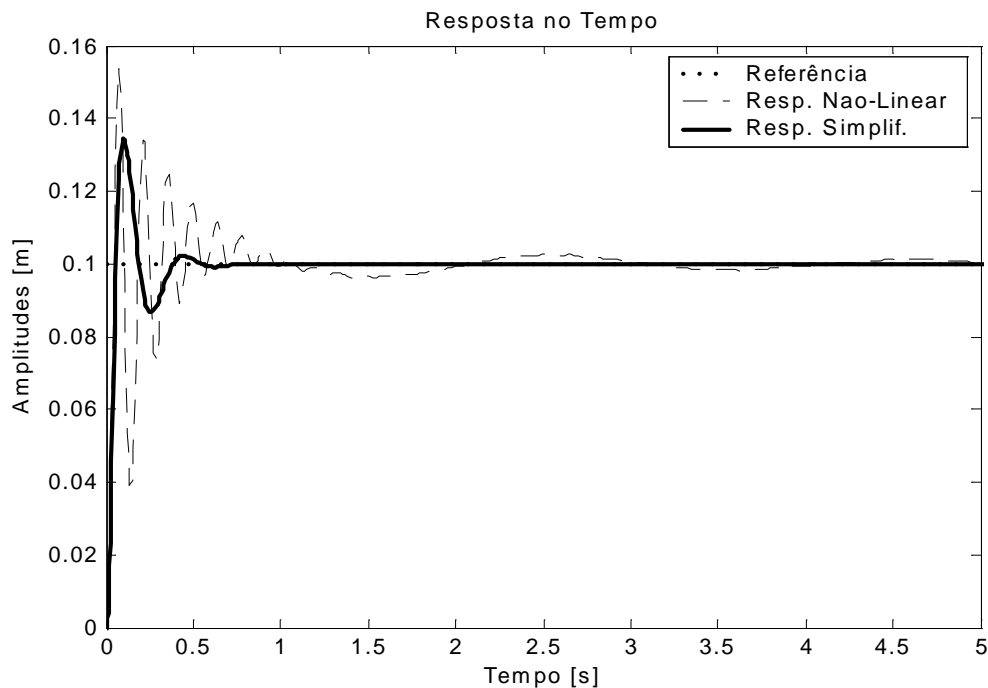


Figura III-6 – Resposta ao degrau dos modelos simplificado e não-linear com um controlador projetado para $\mu = 10^{-5}$ e $\rho = 10^{-9}$.

III.5. O CONTROLADOR LQG/LTR PARA O MODELO LINEARIZADO.

Dado agora o modelo linearizado da eq.(II.77), na forma:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu} \\ Y &= \mathbf{Cx} \end{aligned} \tag{ III.18 }$$

Identicamente ao projeto para o modelo simplificado, no projeto do filtro de Kalman que irá fornecer a TFL para o modelo linearizado, a ARE (III.10) é resolvida. Neste caso os seguintes parâmetros são utilizados:

$$\mathbf{W} = \mathbf{B}(:,1); \quad \mathbf{\Xi} = \mathbf{I}; \quad \mathbf{\Theta} = \mu \mathbf{I} \tag{ III.19 }$$

A princípio a única mudança está no fato de que neste projeto é usada a primeira coluna da matriz \mathbf{B} , relativa ao modelo linearizado e não \mathbf{B}_S que se refere ao modelo simplificado. Novamente, a obtenção da TFL em função do valor do parâmetro livre do projeto, μ , é avaliada. (Figura III-7)

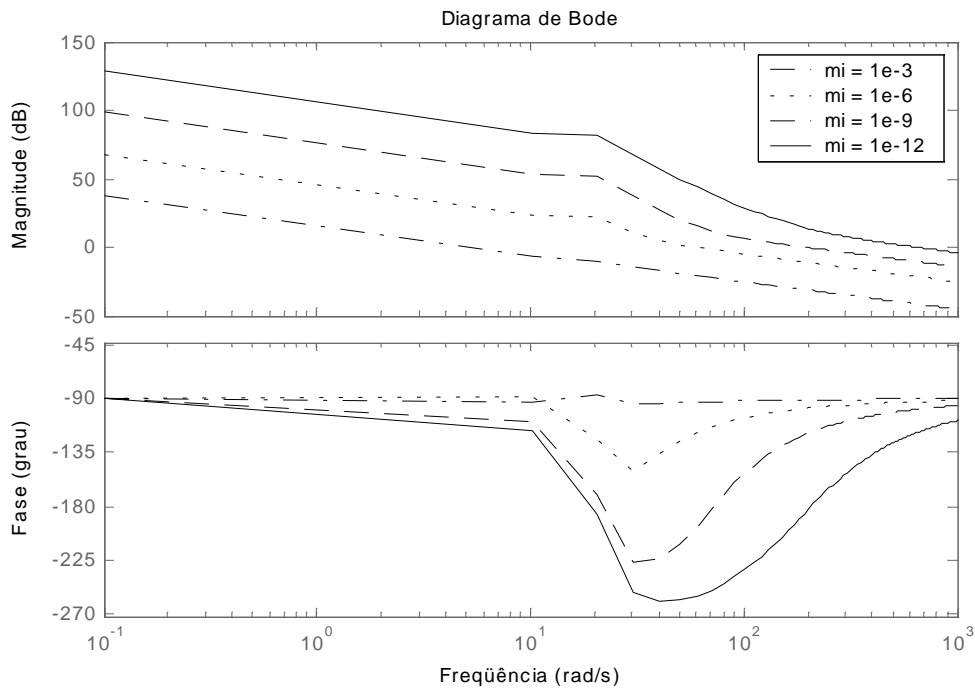


Figura III-7 – Malhas objetivo obtidas para alguns valores de μ (modelo linearizado).

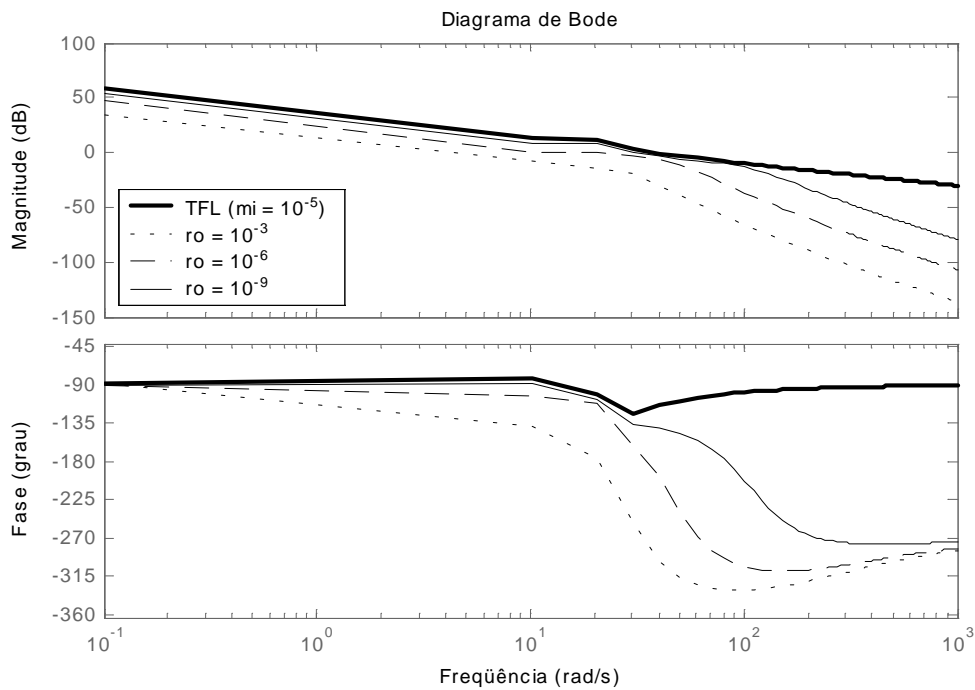


Figura III-8 – Recuperação da TFL (para $\mu = 10^{-5}$), para o modelo linearizado, para alguns valores de ρ .

Com o objetivo de facilitar uma comparação, também para o projeto baseado no modelo linearizado, a evolução da recuperação da TFL com a variação de ρ foi analisada, na Figura III-8, com relação a uma TFL obtida com $\mu = 10^{-5}$.

O processo de recuperação da TFL para no caso do modelo linearizado ocorre de maneira muito semelhante àquela apresentada na Figura III-4 para o modelo simplificado, com exceção de pequenas diferenças entre as próprias TFLs .

Com relação aos controladores, a principal diferença entre os dois projeto reside no fato de que o controlador projetado com base no modelo linearizado consegue controlar o modelo não linear fornecendo uma resposta muito próxima à resposta do próprio modelo de projeto (Figura III-10), inclusive para valores de ρ inferiores a 10^{-9} (Figura III-9).

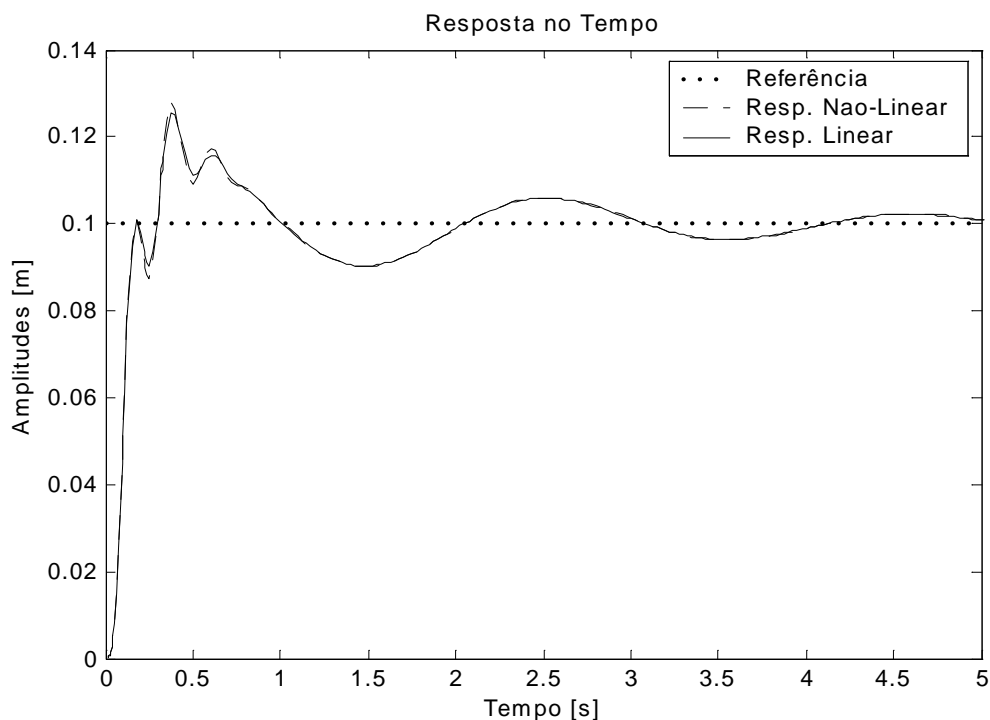


Figura III-9 – Resposta ao degrau dos modelos linearizado e não-linear com um controlador projetado para $\mu = 10^{-5}$ e $\rho = 10^{-5}$.

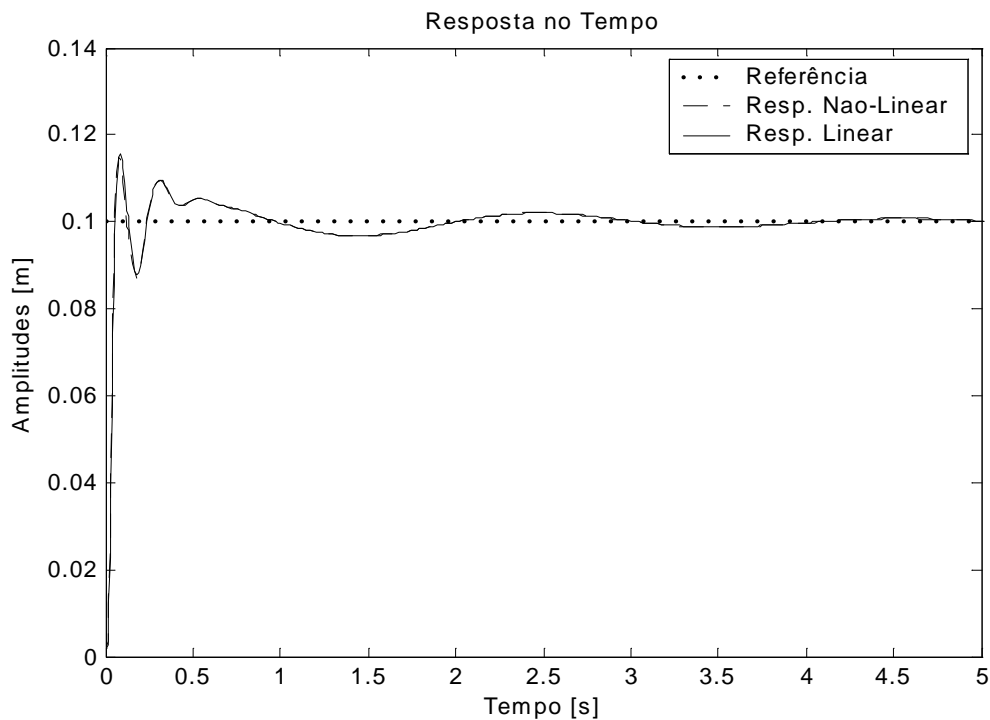


Figura III-10 – Resposta ao degrau dos modelos linearizado e não-linear com um controlador projetado para $\mu = 10^{-5}$ e $\rho = 10^{-9}$.

Ambos os controladores apresentados neste capítulo funcionaram bem com os seus respectivos modelos de projeto, porém aquele obtido com base no modelo simplificado apresentou algumas restrições à sua utilização no controle do modelo não linear. Além disso, ambos os controladores apresentaram ganhos elevados. Uma consequência direta do fato de ter-se projetado controladores com ganhos elevados é que ao serem usados para tentar rastrear sinais de referência ou para rejeitar distúrbios com grandes amplitudes, ou apresentando variações bruscas destas, estes controladores tendem a gerar sinais de controle que irão saturar o servomotor. Apesar disso, tanto o rastreamento de sinais de referência quanto na rejeição de distúrbios, o desempenho do sistema não-linear com relação a resposta no tempo podem ser melhorados reduzindo-se ainda mais os valores de μ e ρ no projeto com base no modelo linearizado. Posteriormente, alguma técnica complementar pode ser empregada para garantir que o controlador robusto irá atuar no acompanhamento de sinais de referência e na rejeição de distúrbios dentro de limites de amplitudes que não venham a causar a saturação do

servoatuador. A técnica empregada nesta pesquisa para, dentre outros objetivos, garantir a atuação do controlador LQG/LTR em condições de operações que minimizem as possibilidades de saturação do servoatuador foi o emprego de um supervisor hierárquico baseado em inteligência artificial (IA). Esta técnica é detalhadamente apresentada no Capítulo IV. Por ora, o importante é obter um controlador que apresente uma boa velocidade na acomodação da resposta controlada do modelo de teste quando agindo no rastreamento de uma referência e principalmente uma boa rejeição dos distúrbios.

Utilizando-se $\mu = 10^{-6}$ obtém-se uma TFL satisfatória. Em seguida, com $\rho = 10^{-12}$ recupera-se esta TFL, conforme apresentado na Figura III-11, projetando-se um controlador LQG/LTR com as características desejada, conforme mencionado no parágrafo anterior. As Figura III-12 à Figura III-15 mostram diversas respostas no tempo, do sistema linearizado com o controlador projetado, sob diferentes tipos de sinais de referência e distúrbios.

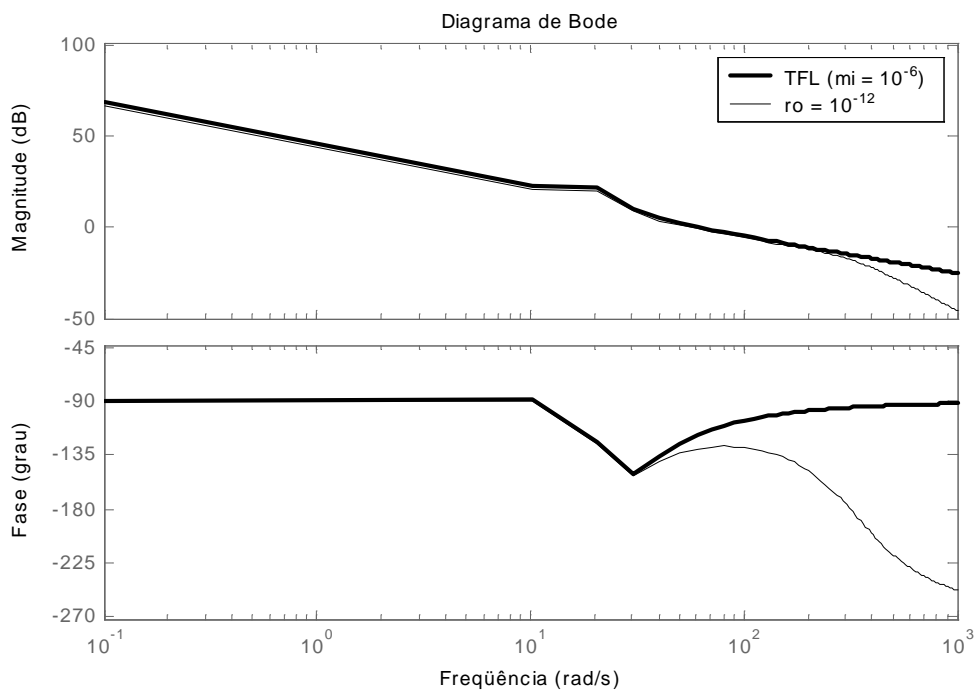


Figura III-11 –TFL obtida para um $\mu = 10^{-6}$ e recuperada com um $\rho = 10^{-9}$.

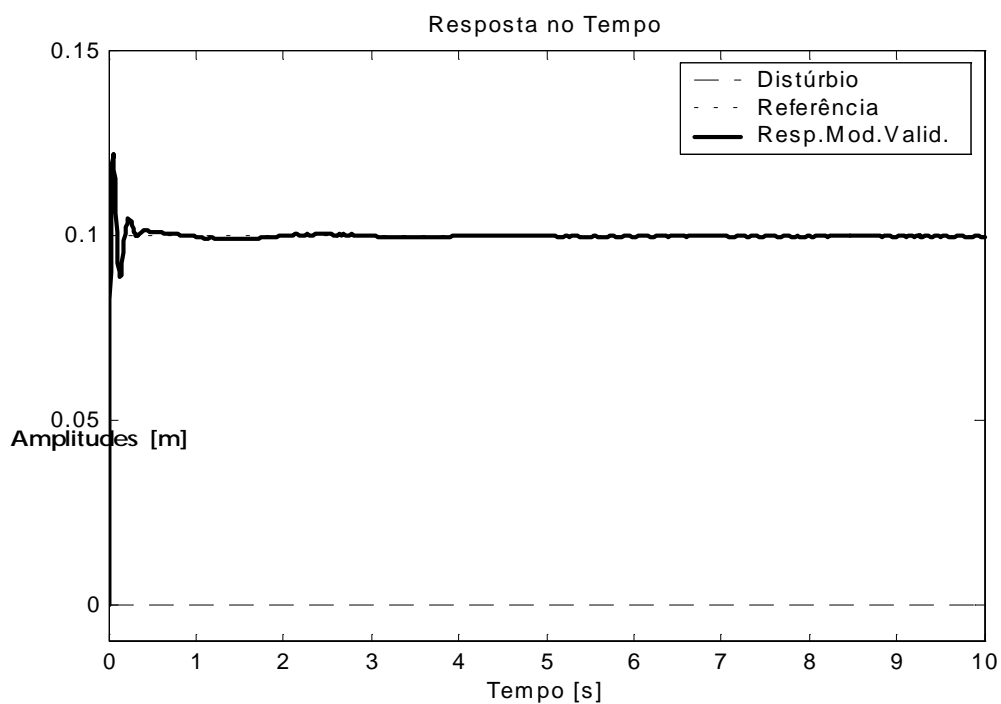


Figura III-12 – Modelo linearizado com controlador LQG/LTR no acompanhamento de uma referência do tipo degrau na ausência de distúrbios.

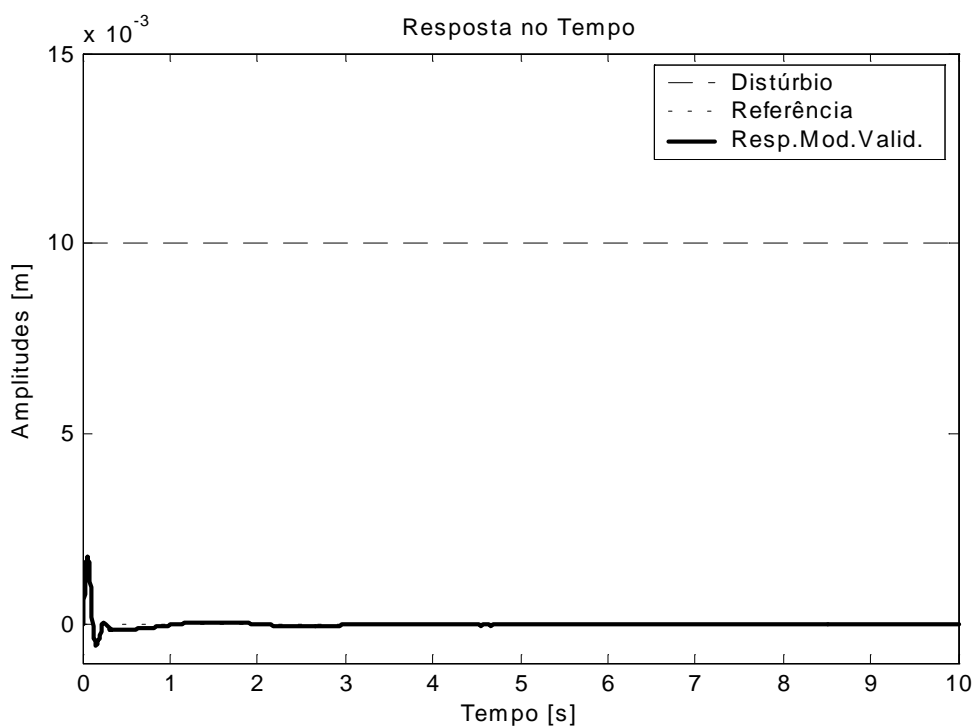


Figura III-13 – Modelo linearizado com controlador LQG/LTR no rejeição de um distúrbio do tipo degrau para uma referência nula.

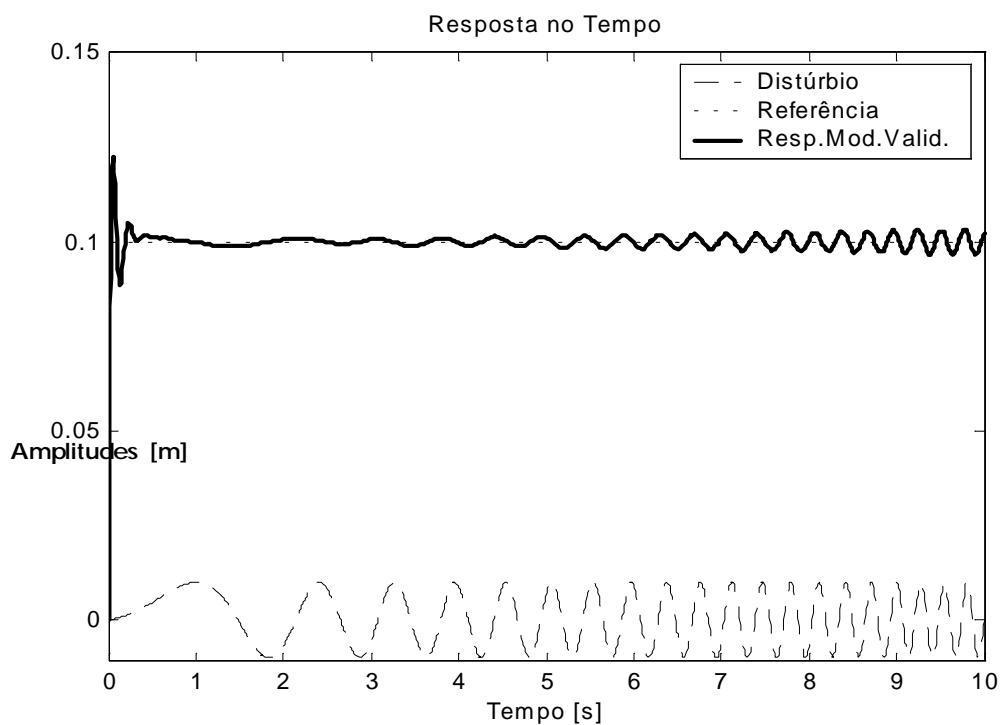


Figura III-14 – Modelo linearizado com controlador LQG/LTR no acompanhamento de uma referência do tipo degrau na presença de um distúrbio do tipo “chirp signal”.

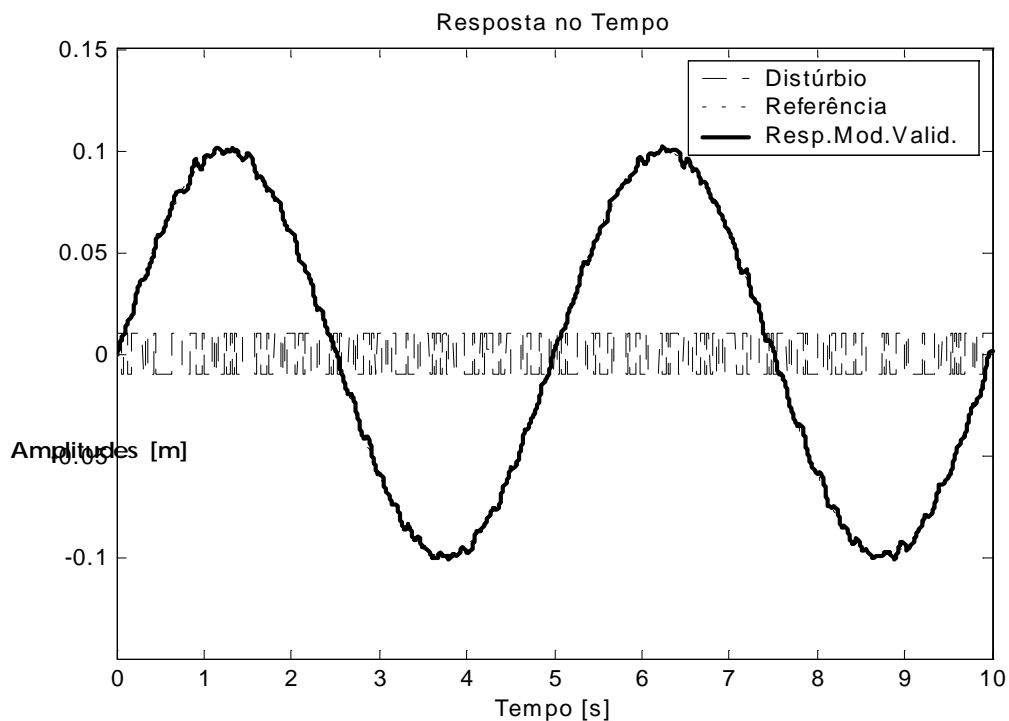


Figura III-15 – Modelo linearizado com controlador LQG/LTR no acompanhamento de uma referência do tipo senoidal na presença de um distúrbio do tipo ruído de banda limitada.

CAPÍTULO IV.

CONTROLE NEBULOSO

A teoria dos conjuntos nebulosos foi desenvolvida a partir de 1965 por Lotfi Zadeh, para tratar do aspecto vago da informação (Zadeh, 1965). A partir de 1978, Lotfi Zadeh desenvolveu a teoria de possibilidades, que trata a incerteza da informação (Zadeh, 1978).

Segundo Sandri e Correa (1999), dois dos principais aspectos da imperfeição da informação são a imprecisão e a incerteza, sendo estas duas características intrinsecamente ligadas, porém opostas entre si. Tais características são classicamente tratadas pela teoria dos conjuntos e pela teoria das probabilidades, respectivamente. Contudo, a teoria clássica dos conjuntos, embora muito útil, não consegue tratar do aspecto vago da informação, enquanto a teoria das probabilidades encontra sua principal fraqueza no fato de que a probabilidade de um dado evento determina completamente a probabilidade do evento contrário. Desta forma as teorias de Zadeh vieram suprir uma lacuna até então deixada pelas teorias dos conjuntos e das probabilidades. Imagine uma forma de tratar informações do tipo: meio febril, muito perto, mais ou menos rápido. A teoria clássica dos conjuntos é ineficiente para tratar de informações como estas. A teoria das probabilidades, conseqüentemente, também não possibilita um tratamento adequado, por exemplo, qual seria a probabilidade de estar com

febre um paciente que telefona para seu médico dizendo estar meio quente? E qual seria a probabilidade dele não estar febril?

As teorias de Lotfi Zadeh se adequam bem ao tratamento de informações desta natureza. A teoria dos conjuntos nebulosos e a teoria das possibilidades são intimamente ligadas. Por exemplo, o conjunto nebuloso que modela a informação “idade avançada” pode ser usado para modelar a distribuição de possibilidade da idade de uma pessoa, da qual só sabemos ser idosa. O fato destas teorias serem ligadas é muito importante no sentido de que é possível se tratar tanto a imprecisão quanto a incerteza de um conjunto de informações em um único ambiente formal. De fato, a maior parte do tempo não é necessário fazer a distinção entre um conjunto nebuloso e uma distribuição de possibilidades.

Estas teorias têm sido cada vez mais usadas, principalmente em sistemas que utilizam informações fornecidas por seres humanos para automatizar procedimentos quaisquer, como por exemplo, no controle de processos e no auxílio à decisão. Segundo Sandri e Correa (1999), estas teorias têm sido utilizadas em aplicações que vão do controle de eletrodomésticos ao controle de satélites, do mercado financeiro à medicina, e tendem a crescer cada vez mais.

A teoria dos conjuntos nebulosos quando usada em um contexto lógico, como no caso de sistemas baseados em conhecimentos, é conhecida como lógica nebulosa, lógica difusa ou lógica “fuzzy”. A lógica nebulosa é uma das tecnologias atuais bem sucedidas para o desenvolvimento de sistemas para controlar processos sofisticados (Driankov et.al., 1993; Lee, 1990; Castro, 1995; Dutta, 1993). Controladores que fazem uso desta tecnologia são chamados de controladores nebulosos e possibilitam a utilização de controladores simples para satisfação de requerimentos de projeto complexos, mesmo quando o modelo do sistema a ser controlado apresenta incertezas (Guerra et.al., 1997; Chiu and Chand, 1994; Karr and

Gentry, 1993). Uma situação onde os requisitos de projeto podem ser considerados de complexidade elevada é quando se exige que um dado sistema apresente boas características tanto no acompanhamento de sinais de referência quanto na rejeição de distúrbios. Em casos assim, quando se usam controladores lineares, é comum que se relaxe determinadas especificações para que se possa cumprí-las. Outro caminho é a utilização de controladores não lineares como é o caso dos controladores nebulosos.

IV.1. PRINCÍPIOS GERAIS DO PROJETO DE CONTROLADORES NEBULOSOS.

De uma maneira geral, podem-se descrever, brevemente, as tarefas de construção de um controlador nebuloso, como (Guerra, 1998):

1. Definição do modelo e das características operacionais, para estabelecer as particularidades da arquitetura do sistema (como sensores e atuadores) e definição das propriedades operacionais do controlador nebuloso do projeto, como o tipo de controlador, operadores a serem utilizados, defuzificador e outros.;
2. Definição dos termos nebulosos de cada variável. Para garantir a suavidade e estabilidade, deve-se permitir que haja uma sobreposição parcial entre conjuntos nebulosos vizinhos;
3. Definição do comportamento do controle, que envolve a descrição das regras que atrelem as variáveis de entrada às propriedades de saída do modelo.

No projeto de controladores nebulosos é necessária, portanto, a definição de alguns parâmetros, obtidos a partir da experiência do projetista ou através de experimentos. Tendo

em vista um determinado processo, alguns destes parâmetros são fixos, os denominados parâmetros estruturais, e outros, os parâmetros de sintonização, são aqueles que variam com o tempo:

1. Parâmetros estruturais:

- Número de variáveis de entrada e de saída;
- Variáveis lingüísticas;
- Funções de pertinência parametrizadas;
- Intervalo de discretização e normalização;
- Estrutura da base de regras;
- Conjunto básico de regras;
- Recursos de operação sobre os dados de entrada.

2. Parâmetros de sintonização:

- Universo de discurso das variáveis;
- Parâmetros das funções de pertinência.

Propriedades da base de regras como a completude, consistência, interação e robustez precisam ser testadas. A robustez, também nos controladores nebulosos, se relaciona com a sensibilidade do controle frente a ruídos ou algum comportamento incomum não-linear. Para ser medida, uma técnica proposta por Sandri e Correa (1999) consta na introdução de um ruído aleatório de média e variância conhecidas e conseqüente observação da alteração dos valores das variáveis de saída.

A sintonização é uma tarefa complexa devido à flexibilidade que decorre da existência de muitos parâmetros, exigindo esforço do projetista na obtenção do melhor desempenho do controlador. Alguns dos parâmetros podem ser alterados por mecanismos automáticos de adaptação e aprendizado, contudo, normalmente é tarefa do projetista o treinamento e a sintonia da maioria dos parâmetros. Esta sintonização é feita através de busca, uma atividade típica em inteligência artificial (IA).

Para sistemas originalmente estáveis, a sintonização pode ser feita da seguinte maneira:

3. Desenvolve-se um controlador simples, que simule um controlador proporcional com:

- Conjunto de variáveis mais relevantes;
- Baixo número de variáveis lingüísticas;

4. Incrementa-se o conhecimento conforme a experiência resultante do processo:

- Buscando-se novas variáveis lingüísticas ou físicas para contornar as dificuldades;

- Ajustando-se as funções de pertinência e os parâmetros do controlador;
 - Adicionando-se regras ou modificando-se a estrutura de controle;
5. Valida-se a coerência do conhecimento incorporado, com novas condições de operação para o sistema.

Essas tarefas necessitam de plataformas sofisticadas, com interface poderosa e que permitam uma rápida inferência. Isto é proporcionado pelos pacotes integrados, dedicados a análise de modelos nebulosos (Gomide et.al., 1995).

IV.2. PROJETOS DOS CONTROLADORES NEBULOSOS COM BASE NOS MODELOS SIMPLIFICADO E LINEARIZADO

Apesar do fato dos controladores nebulosos serem não lineares e poderem ser projetados com base em sistemas também não-lineares, os controladores apresentados neste capítulo foram projetados com base nos dois modelos lineares desenvolvidos no Capítulo II, nas seções 0 e II.4. Desta forma é mantida a metodologia inicialmente adotada nesta pesquisa, de usar os modelos lineares como modelos de projeto e o modelo não-linear como modelo de teste.

A mesma estrutura básica foi usada nos dois projetos. Tal estrutura foi inicialmente definida por Araújo et.al. (2001), com base em análises desenvolvidas a partir do modelo simplificado. Para o controle do modelo linearizado, apenas uma nova sintonia das funções de pertinência e das funções Sugeno de saída foram efetuadas.

Como a estrutura do modelo nebuloso usado para sintonia dos dois controladores já é consideravelmente simples as etapas anteriormente citadas para sintonização de controladores

nebulosos se resume a ajustar-se as funções de pertinência e os parâmetros do controlador e validar-se a coerência do conhecimento incorporado, com novas condições de operação para o sistema.

IV.2.1. Definição das propriedades operacionais

Todo o conhecimento disponível sobre o sistema que se deseja controlar é de fundamental importância para esta etapa inicial do projeto de um controlador nebuloso. Conhecer as características geométricas, a dinâmica e qualquer particularidade do sistema pode reduzir sensivelmente o esforço de projeto.

A partir dos conhecimentos adquiridos em etapas anteriores desta pesquisa, como durante o processo de modelagem ou durante o projeto de alguns controladores (não só aqueles apresentados no Capítulo III mas também os controladores e as análises apresentados por Araújo (1998), Araújo et.al. (1999), Araújo et.al. (2000), Araújo e Yoneyama (2000), Araújo e Yoneyama (2001a), Araújo e Yoneyama (2001b), Araújo e Yoneyama (2001c), Araújo e Yoneyama (2001d), Araújo et.al. (2002) e Araújo e Yoneyama (2002a), optou-se pela seguinte estrutura para o controlador nebuloso:

- Duas entradas, que são: o erro de rastreamento (diferença entre a referência e a saída do sistema) e sua derivada;
- Uma saída, que é a tensão que alimenta o servoatuador, ou seja, o próprio sinal de controle desejado (para fins de aplicações práticas, deverá ser necessário adicionar um amplificador entre a placa DA e o servo motor);
- Cinco variáveis lingüísticas foram definidas para cada variável de entrada: Negativo Grande, Negativo Pequeno, Zero, Positivo Pequeno e Positivo

Grande. Para composição da variável de saída quatro funções Sugeno, duas de ordem zero e duas de primeira ordem, foram usadas.

- Para ambas as variáveis de entrada foram escolhidas funções de pertinência iguais. Para as variáveis lingüísticas das extremidades dos universos de discurso de cada variável de entrada foram usadas funções de pertinência do tipo trapezoidal, já para as três variáveis lingüísticas intermediárias optou-se pela utilização de funções de pertinência do tipo triangular, que podem ser vistas com sendo um caso particular da forma trapezoidal.
- Os operadores, t-norma e t-conorma, escolhidos foram do tipo probabilístico. Note-se que este método apresenta resultados intermediários entre o método de Zadeh e o método de Lukasiewicz, ao realizar as operações de união e intersecção(para um maior detalhamento destes tipos de operadores, ver Sandri e Correa, 1999);
- A base de regras foi definida a partir do conhecimento adquirido pela observação da relação entre o erro, sua derivada e o sinal de controle gerado por alguns controladores lineares anteriormente projetados, com e sem saturação. Acrescentou-se ao resultado destas observações algumas outras noções, provenientes da experiência do projetista, de como deveria ser o sinal de controle para que o sistema respondesse satisfatoriamente. É importante notar que por terem-se duas variáveis de entrada e um de saída tem-se um máximo de 25 regras. Com duas variáveis de entrada, com cinco variáveis lingüísticas cada, uma variável de saída, composta por quatro funções

Sugeno, e 25 regras na máquina de inferência, tem-se uma estrutura bastante simples para um modelo nebuloso;

- Para o procedimento de inferência optou-se pela utilização de um modelo de interpolação do tipo Takagi-Sugeno-Kang (TSK). Modelos do tipo Mamdani também foram testados. No entanto, os modelos TSK apresentaram uma maior facilidade para o ajuste das funções da variável de saída com base no conhecimento acumulado sobre o sistema;
- Por fim, para “defuzificação”, que corresponde a obter uma única ação de controle precisa, a partir do resultado da inferência, como se sabe controladores nebulosos do tipo interpolação, como é o caso do TSK, não necessitam de “defuzificação”, pois já se obtém diretamente as ações precisas de controle através da soma ou da ponderação das funções de saída.

Uma vez determinadas as variáveis de entrada do controlador, as variáveis lingüísticas (também conhecidas como termos nebulosos) para cada uma delas, as funções de pertinência de cada variável lingüística, e as funções Sugeno de saída, o próximo passo no projeto do controlador é sua sintonização.

IV.3. SINTONIZAÇÃO DO CONTROLADOR COM BASE NO MODELO SIMPLIFICADO

De acordo com as análises já mencionadas (ver Araújo et.al., 2001), o resultado da sintonia obtida para o controlador nebuloso com base no modelo simplificado é apresentado, a seguir, nas Figura IV-1 e Figura IV-2 e nas Tabela IV-1 e Tabela IV-2:

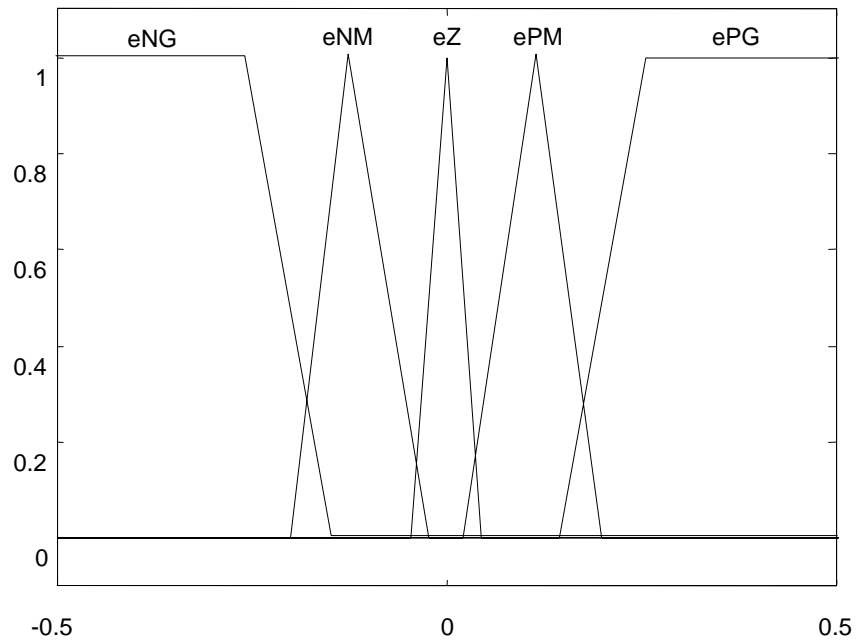


Figura IV-1 – Funções de pertinência da primeira variável de entrada ($e(t)$).

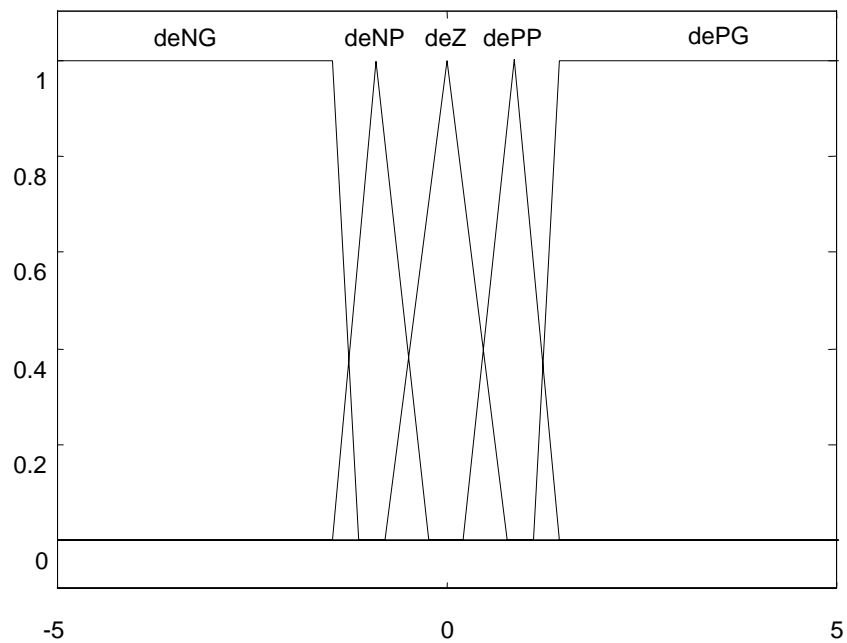


Figura IV-2 – Funções de pertinência da segunda variável de entrada ($de(t)/dt$).

Os parâmetros de cada função de pertinência são dados na Tabela IV-1:

Tabela IV-1. Parâmetros das funções de pertinência do controlador baseado no modelo simplificado.

<i>Variável de Entrada</i>	<i>Variável Lingüística</i>	<i>Função de Pertinência</i>	<i>Tipo</i>	<i>Parâmetros</i>
Primeira variável de entrada: Erro de rastreamento ($e(t)$)	Negativa Grande	eNG	Trapezoidal	[-30 -20 -0,25 -0,15]
	Negativa Pequena	eNP	Triangular	[-0,20 -0,12 -0,03]
	Zero	eZ	Triangular	[-0,04 0,00 0,04]
	Positiva Pequena	ePP	Triangular	[0,03 0,12 0,20]
	Positiva Grande	ePG	Trapezoidal	[0,15 0,25 20 30]
Segunda variável de entrada: Derivada do erro de rastreamento ($de(t)/dt$)	Negativa Grande	deNG	Trapezoidal	[-120 -100 -1,4 -1,2]
	Negativa Pequena	deNP	Triangular	[-1,4 -0,85 -0,3]
	Zero	deZ	Triangular	[-0,7 0,0 0,7]
	Positiva Pequena	dePP	Triangular	[0,3 0,85 1,4]
	Positiva Grande	dePG	Trapezoidal	[1,2 1,4 100 120]

Tabela IV-2. Funções de saída (modelo simplificado).

<i>Nome da Função</i>	<i>Parâmetros</i>
	$[e(t) \ de(t)/dt \ 1]x[a1 \ a2 \ a3]^T$

SatP	12
SatN	-12
Linear	[100 10 0]
A_Fino	[100 200 0]

Com relação a base de regras, é interessante notar que um controlador TSK implementado desta forma, pode ter seu funcionamento comparado à ação de interpolar a saída de vários controladores PD. Um controlador PD apresenta uma superfície de controle conforme mostrada na Figura IV-3.

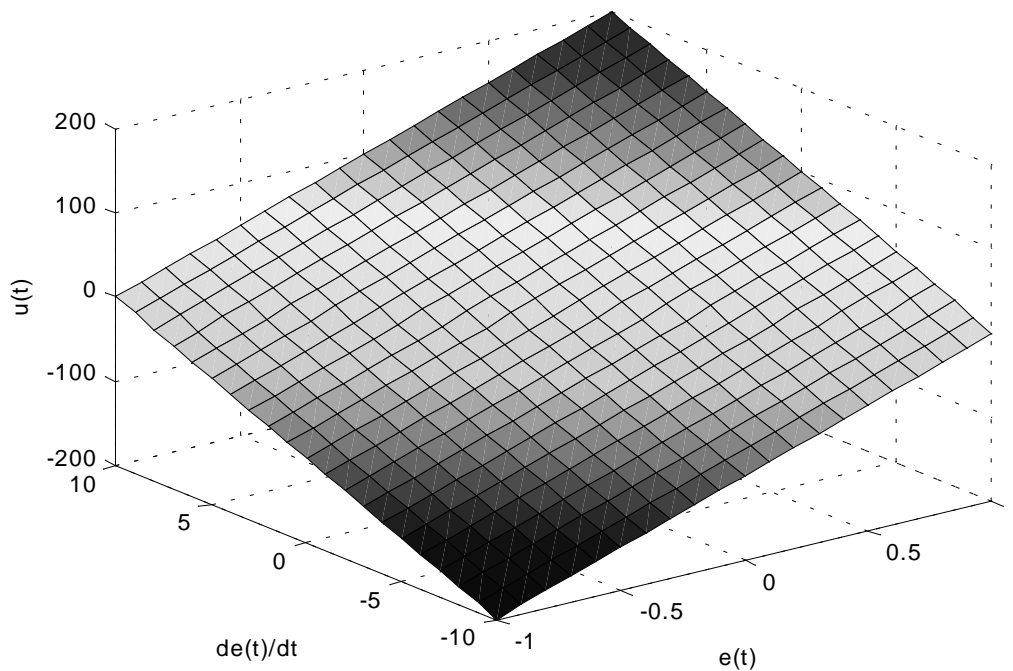


Figura IV-3 – Superfície de controle gerada por um controlador PD sem saturação.

Impondo-se saturação, para que o sinal de controle respeite os limites de saturação do próprio servoatuador, a superfície deforma-se para a forma da Figura IV-4.

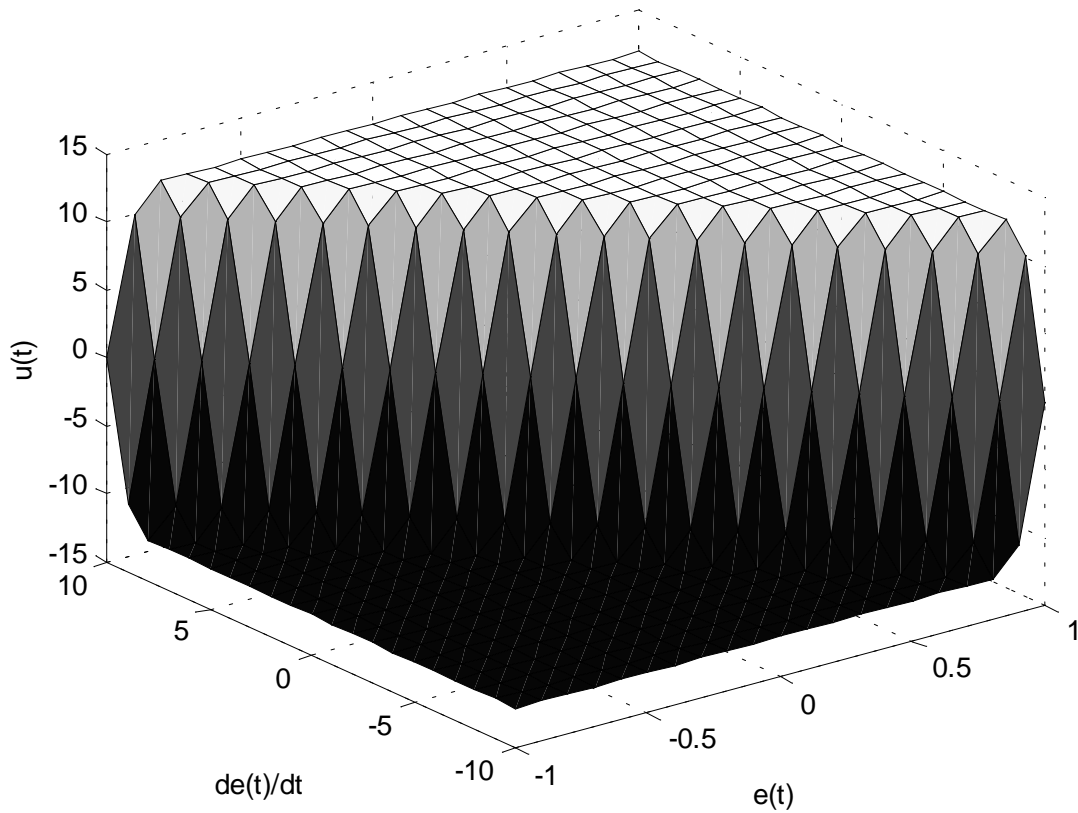


Figura IV-4 – Superfície de controle gerada por um controlador PD com saturação em ± 12 V.

		Erro				
		eNG	eNP	eZ	ePP	ePG
Derivada do Erro	deNG	SatN	SatN	SatN	SatP	SatP
	deNP	SatN	Linear	Linear	Linear	SatP
	deZ	SatN	Linear	A_Fino	Linear	SatP
	dePP	SatN	Linear	Linear	Linear	SatP
	dePG	SatN	SatN	SatP	SatP	SatP

Figura IV-5 – Regras para inferência no controlador nebuloso.

Somando-se a esta breve análise do comportamento de controladores PD, todo o conhecimento até então obtido sobre o sistema, formularam-se as regras apresentadas na Figura IV-5.

IV.3.1. Avaliação do Controlador Sintonizado com Base no Modelo Simplificado

Este primeiro controlador nebuloso foi sintonizado para fornecer ao modelo simplificado uma boa resposta tanto no acompanhamento de um sinal de referência (Figura IV-6) quanto na rejeição de distúrbios (Figura IV-7), inclusive capacitando o sistema controlado (primeiro controlador nebuloso + modelo simplificado) a acompanhar um sinal de referência na presença de distúrbios (Figura IV-8 e Figura IV-9).

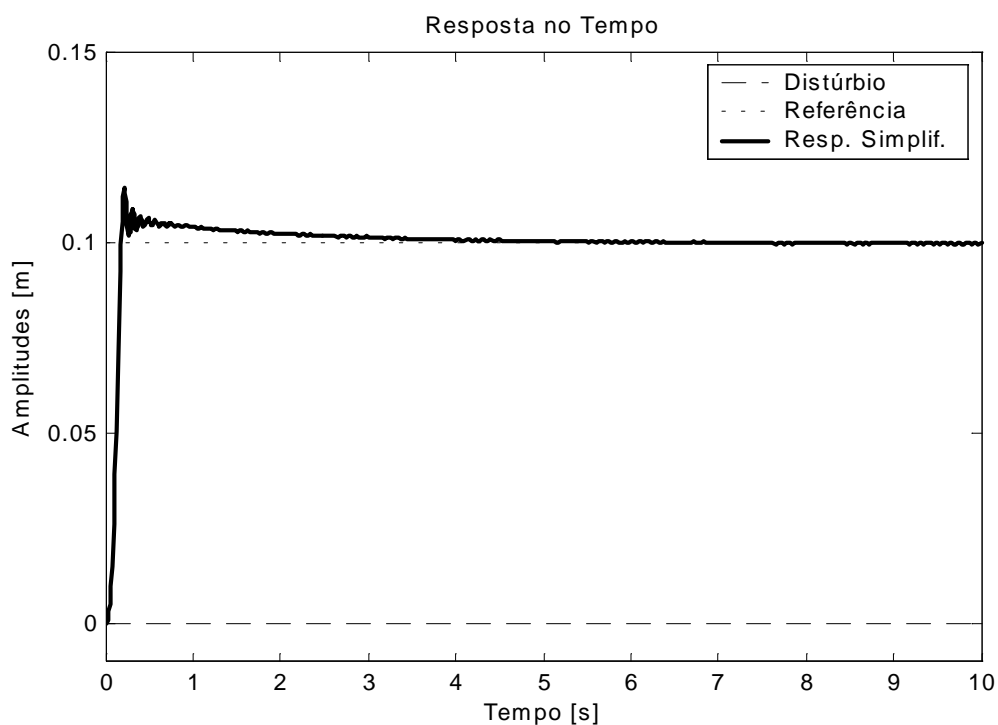


Figura IV-6 – Modelo simplificado com respectivo controlador nebuloso no acompanhamento de uma referência do tipo degrau na ausência de distúrbios.

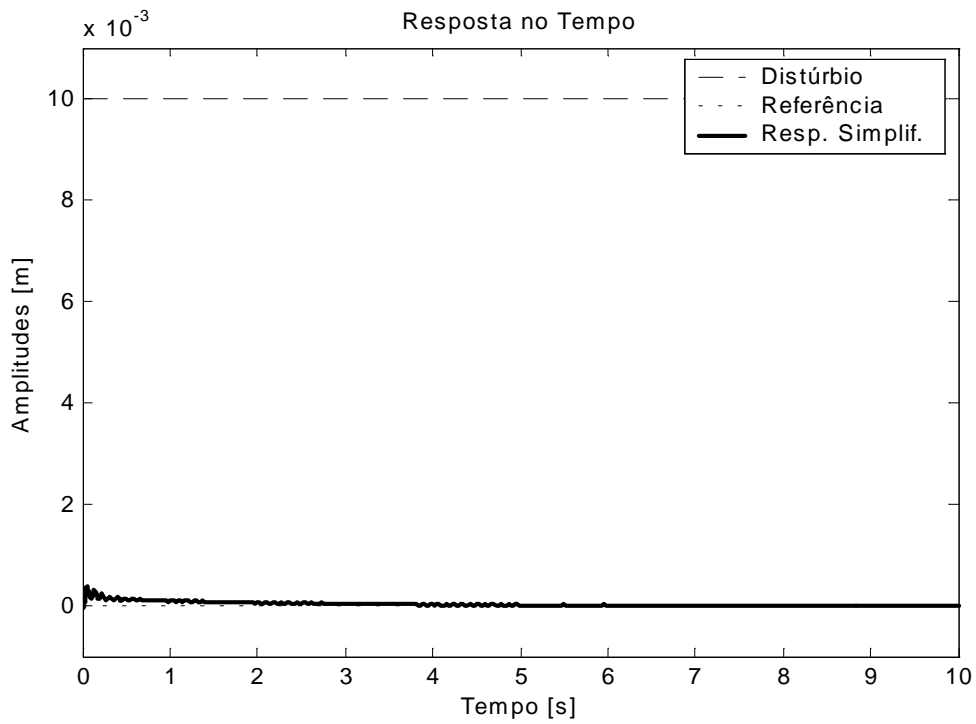


Figura IV-7 – Modelo simplificado com respectivo controlador nebuloso na rejeição de um distúrbio do tipo degrau para uma referência nula.

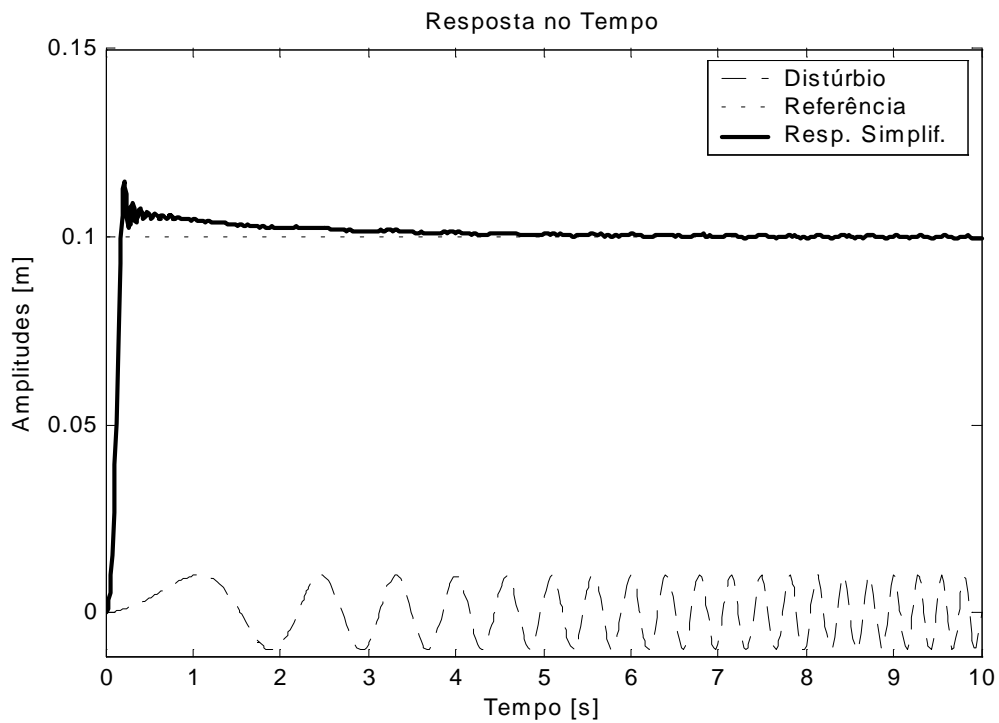


Figura IV-8 – Modelo simplificado com respectivo controlador nebuloso no acompanhamento de uma referência do tipo degrau na presença de um distúrbio do tipo “chirp signal”.

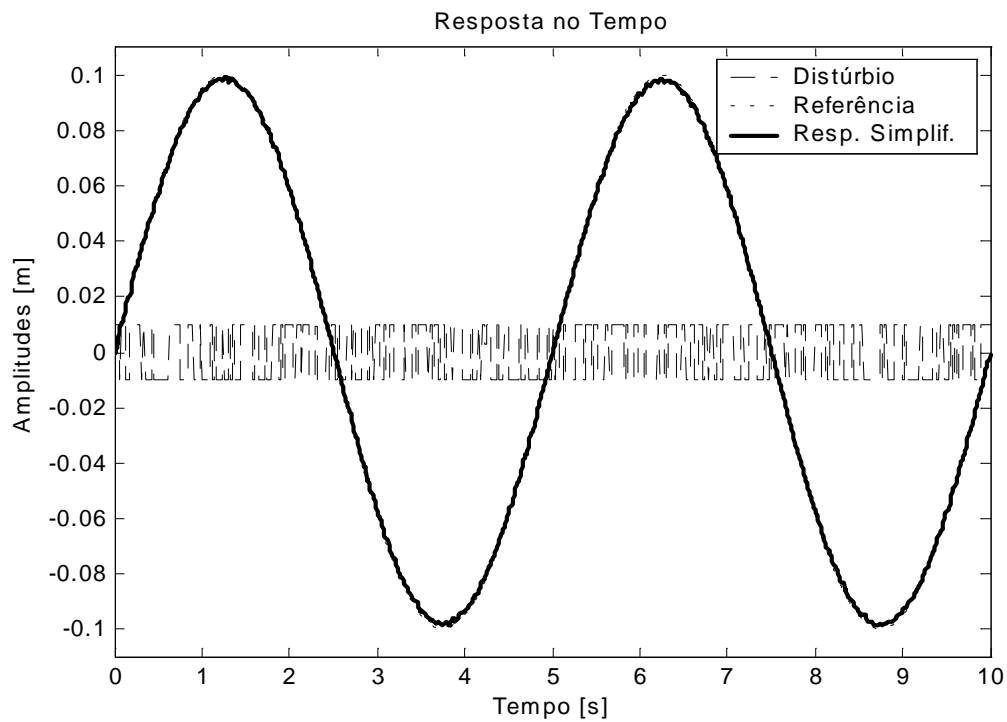


Figura IV-9 – Modelo simplificado com respectivo controlador nebuloso no acompanhamento de uma referência do tipo senoidal na presença de um distúrbio do tipo ruído branco de banda limitada.

Contudo, ao tentar-se controlar o modelo não linear com o controlador nebuloso projetado com base no modelo simplificado, tal controlador mostrou-se ineficiente tanto no acompanhamento de sinais de referência (Figura IV-10) quanto na rejeição de distúrbios (Figura IV-11).

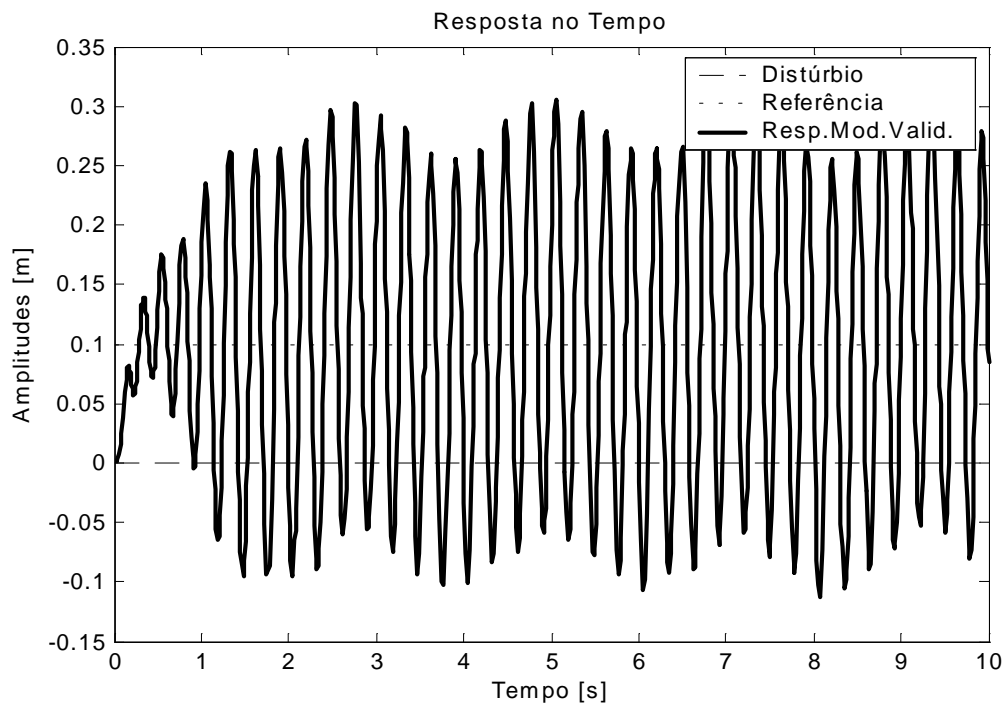


Figura IV-10 – Avaliação do controlador nebuloso projetado com base no modelo simplificado no controle do modelo não-linear para o acompanhamento de uma referência do tipo degrau

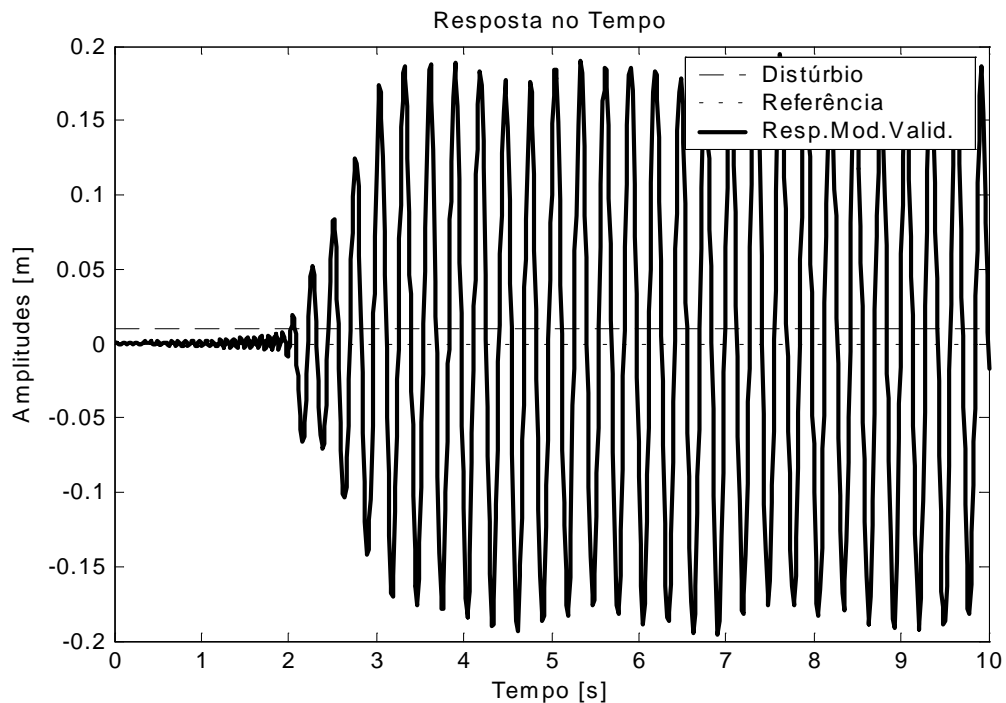


Figura IV-11 – Avaliação do controlador nebuloso projetado com base no modelo simplificado no controle do modelo não-linear para a rejeição de um distúrbio do tipo degrau.

De acordo com os resultados representados pelas Figura IV-10 e Figura IV-11 considera-se o modelo simplificado inadequado para o projeto de controladores nebulosos com o objetivo de controlar o modelo não-linear.

IV.4. SINTONIZAÇÃO DO CONTROLADOR COM BASE NO MODELO LINEARIZADO

Para o controlador nebuloso com base no modelo linearizado a mesma estrutura básica, já usada no controlador nebuloso baseado no modelo simplificado, foi mantida. Contudo uma nova análise das relações entre os sinais de erro de rastreamento, sua derivada e o sinal de controle necessário para controlar o modelo linearizado foram desenvolvidas. Como consequência, algumas mudanças nos parâmetros das funções de pertinência e das funções Sugeno de saída foram necessárias para esta nova sintonia. Sendo assim, os parâmetros da sintonia do controlador nebuloso são apresentados, a seguir, nas Tabela IV-3 e Tabela IV-4:

Tabela IV-3. Parâmetros das funções de pertinência do controlador baseado no modelo linearizado.

<i>Variável de Entrada</i>	<i>Variável Lingüística</i>	<i>Função de Pertinência</i>	<i>Tipo</i>	<i>Parâmetros</i>
Primeira variável de entrada: Erro de	Negativa Grande	eNG	Trapezoidal	[-30 -20 -0,25 -0,15]
	Negativa Pequena	eNP	Triangular	[-0,20 -0,12 -0,02]
	Zero	eZ	Triangular	[-0,03 0,00 0,03]

rastreamento ($e(t)$)	Positiva Pequena	ePP	Triangular	[0,02 0,12 0,20]
	Positiva Grande	ePG	Trapezoidal	[0,15 0,25 20 30]
Segunda variável de entrada: Derivada do erro de rastreamento ($de(t)/dt$)	Negativa Grande	deNG	Trapezoidal	[-120 -100 -1,4 -1,2]
	Negativa Pequena	deNP	Triangular	[-1,4 -0,70 -0,05]
	Zero	deZ	Triangular	[-0,1 0,0 0,1]
	Positiva Pequena	dePP	Triangular	[0,05 0,70 1,4]
	Positiva Grande	dePG	Trapezoidal	[1,2 1,4 100 120]

Tabela IV-4. Funções de saída (modelo linearizado).

<i>Nome da Função</i>	<i>Parâmetros</i> [$e(t) \ de(t)/dt \ 1$] \times [$a_1 \ a_2 \ a_3$] ^T
SatP	12
SatN	-12
Linear	[25 2 0]
A_Fino	[5 8 0]

A base de regras, a exemplo do que aconteceu com variáveis lingüísticas, foi mantida exatamente igual àquela usada no controlador baseado no modelo simplificado.

IV.4.1. Avaliação do Controlador Sintonizado com Base no Modelo Linearizado

O controlador sintonizado com base no modelo linearizado busca, com relação ao modelo linearizado, fornecer uma boa resposta tanto no acompanhamento de um sinal de referência (Figura IV-12) quanto na rejeição de distúrbios (Figura IV-13), inclusive capacitando o sistema controlado (primeiro controlador nebuloso + modelo linearizado) a acompanhar um sinal de referência na presença de distúrbios (Figura IV-14 e Figura IV-15).

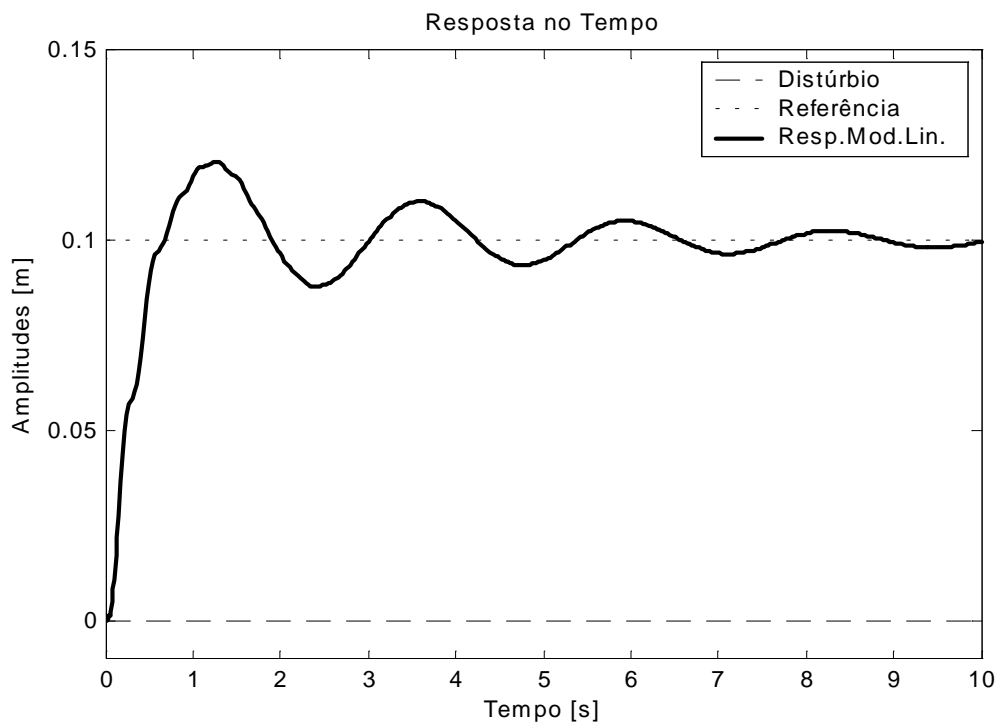


Figura IV-12 – Modelo linearizado com respectivo controlador nebuloso no acompanhamento de uma referência do tipo degrau na ausência de distúrbios.

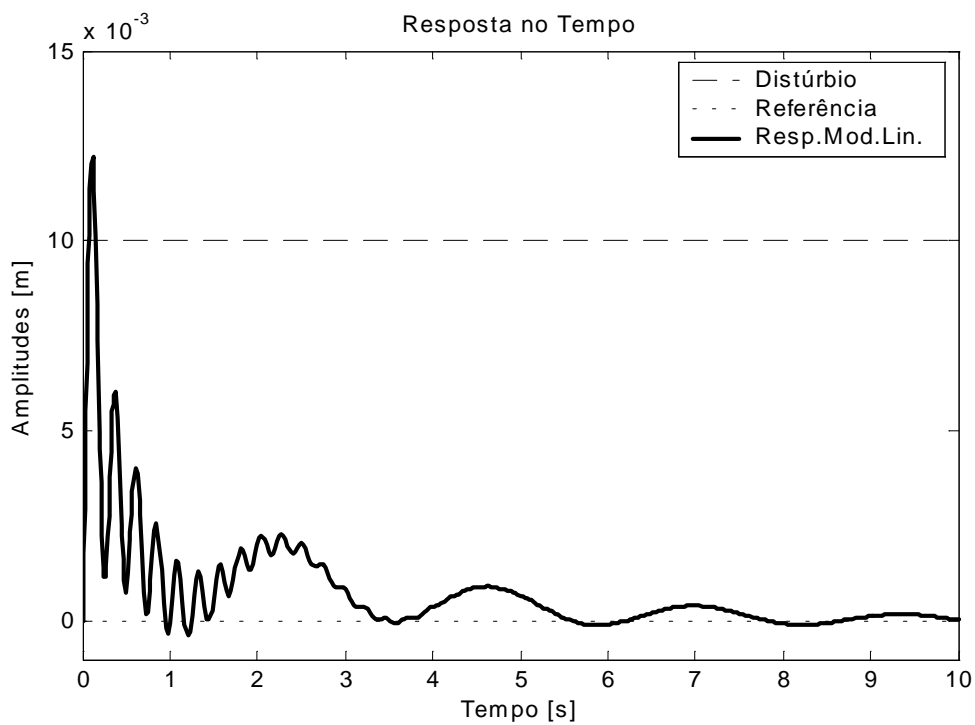


Figura IV-13 – Modelo linearizado com respectivo controlador nebuloso na rejeição de um distúrbio do tipo degrau para uma referência nula.

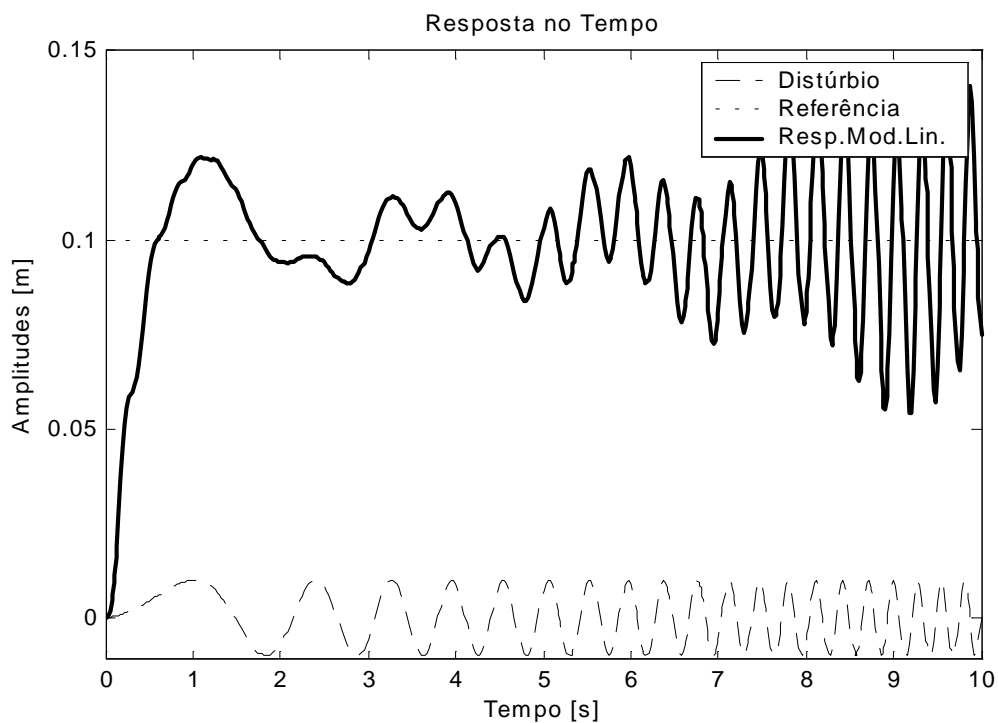


Figura IV-14 – Modelo linearizado com respectivo controlador nebuloso no acompanhamento de uma referência do tipo degrau na presença de um distúrbio do tipo “chirp signal”.

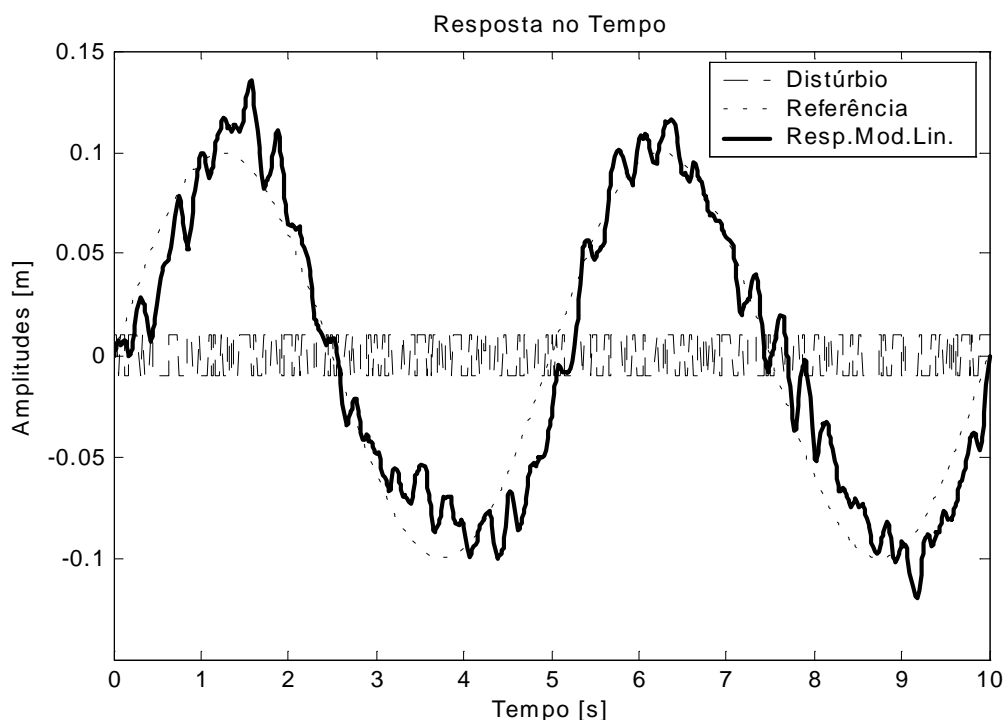


Figura IV-15 – Modelo linearizado com respectivo controlador nebuloso no acompanhamento de uma referência do tipo senoidal na presença de um distúrbio do tipo ruído branco de banda limitada.

Comparando-se as curvas apresentadas da Figura IV-6 à Figura IV-9 com aquelas apresentadas da Figura IV-12 à Figura IV-15 fica óbvio que a sintonia obtida com base no modelo linearizado não oferece a este modelo uma resposta tão boa, no sentido de velocidade de resposta e de amortecimento e principalmente de insensibilidade a distúrbios, quanto o controlador sintonizado com base no modelo simplificado consegue fornecer ao seu respectivo modelo. Contudo, ao tentar-se controlar o modelo não linear com o controlador nebuloso projetado com base no modelo linearizado, as respostas do modelo de projeto e do modelo de teste foram muito próximas, tanto no acompanhamento de sinais de referência (Figura IV-16), onde praticamente se sobrepõem dificultando inclusive a visualização simultânea das duas curvas, quanto na rejeição de distúrbios (Figura IV-17), onde uma pequena diferença entre as respostas possibilita a visualização das duas curvas.

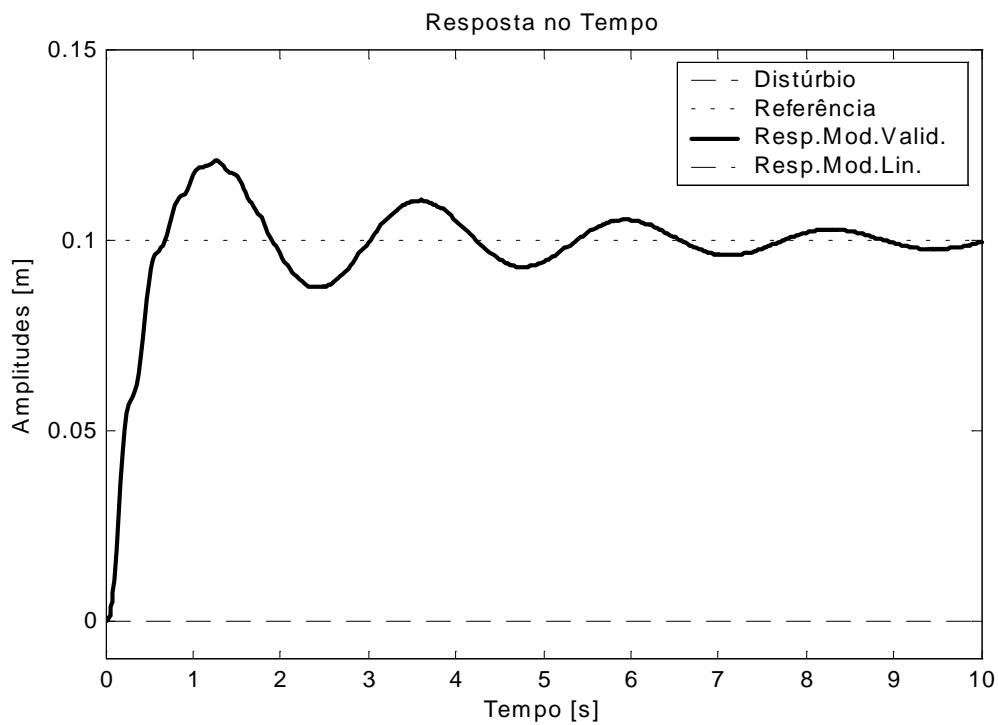


Figura IV-16 – Avaliação do controlador nebuloso projetado com base no modelo linearizado no controle do modelo não linear para o acompanhamento de uma referência do tipo degrau

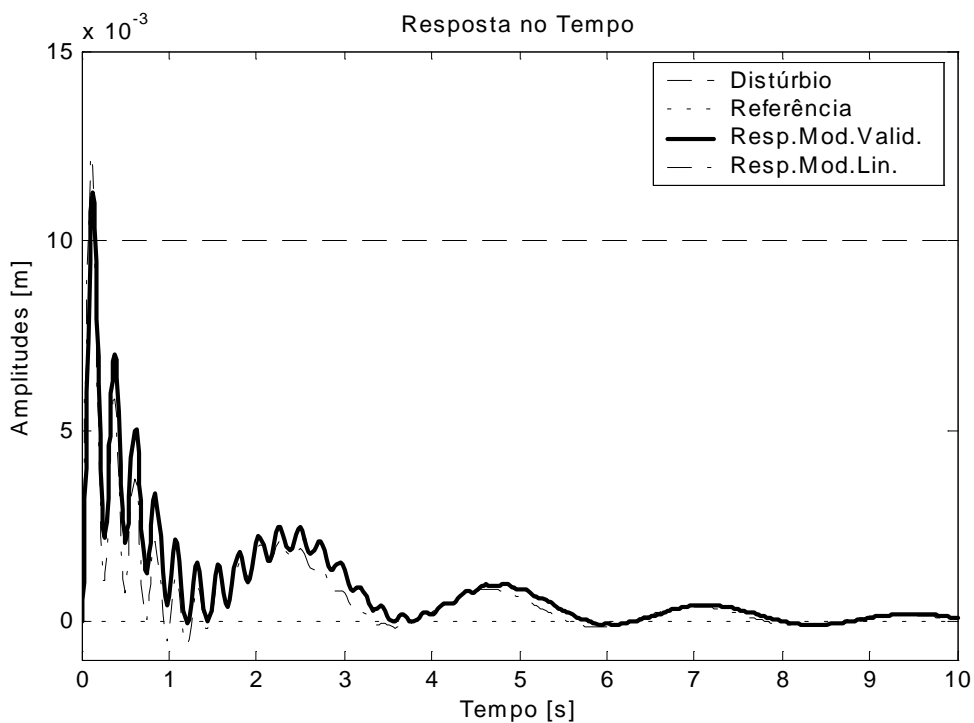


Figura IV-17 – Avaliação do controlador nebuloso projetado com base no modelo linearizado no controle do modelo não-linear para a rejeição de um distúrbio do tipo degrau.

De acordo com os resultados representados pelas Figura IV-16 e Figura IV-17 considera-se o modelo linearizado perfeitamente adequado para o projeto de controladores nebulosos com o objetivo de controlar o modelo não-linear.

CAPÍTULO V.

SUPERVISOR HIERÁRQUICO INTELIGENTE PARA FUSÃO DE MÚLTIPLOS CONTROLADORES

Conforme mencionado no Capítulo I, ao mesmo tempo em que desempenhos cada vez melhores, no sentido de confiabilidade, velocidade, segurança e economia dentre outros fatores, são exigidos por um mercado cada vez mais competitivo, avanços nas áreas de eletrônica e informática, principalmente no sentido de capacidade de armazenamento e velocidade de processamento, possibilitam o desenvolvimento e a implementação de algoritmos de controle cada vez mais complexos visando satisfazer tais exigências mercadológicas.

Uma das maiores dificuldades em se projetar sistemas de controle está em satisfazer especificações de desempenho conflitantes. Esta dificuldade acentua-se ainda mais quando o projeto é feito com base em técnicas lineares, onde o controlador projetado pode ser otimizado com relação a uma ou a outra das especificações conflitantes (considerando-se, por simplicidade de raciocínio, apenas duas especificações conflitantes), ou, o que é comumente feito, tal controlador pode ser otimizado com relação a um dado funcional de custo que pondere entre a importância de cada uma das especificações. Desta forma, o controlador

projetado não será realmente ótimo com relação a nenhuma das especificações, porém se as especificações forem suficientemente relaxadas tal controlador poderá satisfazê-las.

Controladores não-lineares podem encontrar mais facilidade em satisfazer especificações conflitantes, além de poderem ser projetados já levando em consideração as não linearidades inerentes de qualquer sistema físico real e normalmente aproximadas para fins de projeto de controladores lineares. O grande problema neste caso acaba sendo o grau de complexidade das técnicas e, conseqüentemente, dos controladores projetados, além da falta de uniformidade das ferramentas de análise e de projeto. Em sistemas não-lineares, cada problema de controle precisa ser encarado individualmente, ou, na melhor das hipóteses, encaixado dentro de uma classe de problemas, o que pode não ser tão vantajoso quanto pode parecer inicialmente. O problema se torna mais simples se o projeto objetivar um controlador simples e puder ser baseado em uma aproximação linear do sistema a ser controlado, contudo, neste caso acaba-se perdendo as principais vantagens que inicialmente se buscou ao optar-se por uma técnica de controle não linear.

Alguns esforços vêm sendo direcionados, utilizando-se abordagens lineares, não-lineares ou híbridas, no sentido de lidar com tais problemas de forma a obterem-se sistemas de controle com desempenho cada vez mais elevado, satisfazendo-se assim às, já citadas e crescentes, exigências mercadológicas.

O escalonamento de ganhos (“Gain-Scheduling”), por exemplo, é uma técnica que visa ao projeto de sistemas de controle que possam lidar com sistemas não lineares e até mesmo com parâmetros variantes em função da dinâmica do sistema. Segundo Shamma e Athans (1988), a idéia básica por trás do escalonamento de ganhos está em selecionar vários pontos de operação, cobrindo a maior faixa possível da dinâmica da planta. Em seguida, para cada um destes pontos, obter uma aproximação linear e invariante no tempo (LTI), projetando

então controladores LTI para cada modelo LTI obtido. Finalmente, entre os pontos de operação, os parâmetros dos controladores seriam escalonados (“scheduled”) ou interpolados, resultando assim em um controlador global. Apesar de Stein (1980) alegar que, já naquela data, milhares de sistemas de controle haviam sido projetados com base na metodologia do escalonamento de ganhos (por exemplo, em motores a jato, submarinos e aeronaves), foi só alguns anos mais tarde, principalmente nos trabalhos de Jeff S. Shamma com o suporte da NASA (Shamma and Athans, 1988; Shamma and Athans, 1990; Shamma and Athans, 1992) que esta técnica passou a receber um tratamento metodológico e sistemático com propostas de ferramentas de análise e projeto. Mais tarde, a partir de meados da década de 90, no intuito de ampliar as possibilidades dessa metodologia, outras técnicas começaram a ser a ela incorporada, tais como: realimentação robusta de estados, técnicas de inteligência artificial (IA) e métodos de otimização baseados em algoritmos genéticos (GA) (Packard and Kantner, 1996; Lee *et.al.*, 1996; Gray *et.al.*, 1997; Tu and Shamma, 1998; Blanchini, 1999, Kukulj *et.al.*, 1999)

Ainda na área de otimização utilizando algoritmos genéticos, Fonseca e Fleming (1998a e 1998b) abordaram o projeto de controladores com múltiplos objetivos através da otimização de múltiplos funcionais por GA (“MultiObjective Genetic Algorithm” - MOGA). Fonseca e Fleming (1998b) ilustram sua proposta no projeto de um sistema de controle onde a planta a ser controlada é o circuito de baixa pressão de uma turbina a gás Pegasus. Eles mencionam que as não-linearidades da planta eram até então tratadas através do escalonamento de ganhos e mostram que, na sua proposta, um único ponto de operação da planta é usado e então, o procedimento de projeto por eles proposto dá mais um passo simples no sentido de obter-se um controlador para toda a faixa de operação da planta. Outros trabalhos que podem ser esclarecedores com relação a alguns pontos dos trabalhos de Fonseca

e Fleming (1998a e 1998b) são os trabalhos de Chipperfield e Fleming (1998) e Silva *et.al.* (1998) que também abordam a utilização da metodologia MOGA para projeto de controle evolucionário de uma turbina a gás.

A robótica, principalmente no caso de robôs autônomos, é uma área onde as exigências em termos de precisão dos movimentos e economia de energia ao mesmo tempo em que são conflitantes, se tornam cada vez mais rígidas. Talvez por isso, pesquisadores desta área têm cada vez mais apresentado propostas no sentido projetar sistemas de controle que satisfaçam de alguma forma múltiplos objetivos, inclusive quando alguns destes objetivos são conflitantes. No caso de múltiplos robôs, ou times de robôs, uma técnica muito recente é a MOBC (“Multiple Objective Behavior Coordination”)(Pirjanian, 1998), que possibilita a fusão de comandos em um grupo de robôs. Segundo Pirjanian e Mataric (2000), a metodologia MOBC permite a busca e a satisfação de múltiplos objetivos para múltiplos robôs operando em paralelo. Esta técnica, ainda segundo eles, propõe metodologias para fusão de comandos capazes de encontrar um ponto ótimo satisfatório entre múltiplos objetivos comportamentais, mesmo contraditórios, para múltiplos robôs.

Freire *et.al.* (2001 e 2002) propuseram uma arquitetura de controle onde um DIF (“Decentralized Information Filter”) realiza a fusão dos sinais de controle gerados por diversos controladores. O DIF é formado por filtros locais, um para cada controlador, que recebem a saída do seu respectivo controlador, e um filtro global, que recebe o sinal dos filtros locais e tem velocidades linear e angular como saída. Os controladores têm funções diferentes e podem, assim, receber sinais de diferentes sensores ou diferentes conjuntos de sensores. A escolha do controlador que terá maior participação no sinal de controle final que sai do DIF, em cada condição de operação apresentada ao robô, baseia-se em uma medida de covariância associada a cada filtro local. Essa covariância é tomada como sendo uma média

da confiabilidade dos dados observados. Desta forma, Freire *et.al.* (2001 e 2002) esperam que o DIF seja capaz de decidir qual o controlador mais apropriado para controlar o robô em cada condição de operação.

No caso das técnicas não-lineares, conforme mencionado anteriormente, um dos maiores problemas acaba sendo o grau de complexidade que o projeto pode atingir. No caso da lógica nebulosa, por exemplo, um controlador nebuloso, mesmo que tenha uma única saída, se tiver n variáveis de entradas com m variáveis lingüísticas (e conseqüentemente m funções de pertinência) para cada variável de entrada, terá m^n possíveis regras. Este valor ainda aumenta proporcionalmente ao número de saídas. Uma técnica encontrada, já no início da década de 90, para superar este problema recebeu o nome de sistema nebuloso hierárquico (“Hierarchical Fuzzy System” - HFS) (Raju *et.al.*, 1991; Raju and Zhou, 1993; Shimojima *et.al.*, 1995; Linkens and Nyongesa, 1996; Wang, 1997; Yager, 1998; Wang, 1998; Kikuchi *et.al.*, 1998). Um HFS consiste em reorganizar as variáveis de entrada em pequenos grupos que serão as entradas de vários sistemas nebulosos de pequena dimensão, chamados de unidades de lógica nebulosa (FLUs), apresentando-se assim como uma alternativa para os usuais sistemas nebulosos que costumam ter grandes dimensões quando o problema envolvido é consideravelmente complexo. Normalmente a saída de uma FLU, em uma dada camada, servirá de entrada para uma FLU em uma camada consecutiva. Joo e Lee (1999) apontam este como sendo justamente um dos maiores problemas desta técnica. Eles alegam que apesar desta técnica reduzir dramaticamente o número de regras nebulosas necessárias, como as saídas das FLUs costumam ser de natureza artificial, não tendo assim significado físico, ao serem usadas como entradas para a próxima FLU fazem com que as regras nebulosas no meio da estrutura hierárquica também não tenham sentido físico e como

conseqüência, a determinação de tais regras tornam-se significativamente mais difícil do que em sistemas nebulosos convencionais.

Todas estas técnicas, aqui apresentadas, demonstram a necessidade da utilização de mais de um controlador na busca por sistemas de controle que forneçam aos sistemas controlados desempenhos cada vez melhores. A clara evidência desta necessidade e a própria formulação das teorias aqui apresentadas, umas mais outras menos, contribuíram para formulação da proposta da arquitetura de controle baseada na fusão de múltiplos controladores distintos através de supervisão hierárquica inteligente apresentada e discutida neste capítulo.

V.1. DESCRIÇÃO DA PROPOSTA

A proposta da fusão de múltiplos controladores projetados com base em diferentes técnicas para satisfazer diferentes especificações de desempenho surgiu, ao longo desta pesquisa, como uma alternativa para alcançarem-se desempenhos mais elevados do que aqueles obtidos utilizando-se isoladamente técnicas de controle como: controle clássico (Araújo e Yoneyama, 2001a), controle ótimo (Araújo e Yoneyama, 2001d), controle robusto (Araújo e Yoneyama, 2001b; Araújo *et.al.*, 2002), controle nebuloso (Araújo *et.al.*, 2001) e controle usando redes neurais (Araújo *et.al.*, 2000; Araújo e Yoneyama, 2000; Araújo e Yoneyama, 2001c). A idéia básica deste método consiste em projetar diversos controladores de forma que cada um satisfaça alguns dos requisitos de desempenho, mesmo que o desempenho destes controladores não seja adequado com relação aos outros requisitos, devido, por exemplo, a limitações da técnica empregada em seu projeto. É importante, no entanto, que todos os requisitos sejam satisfeitos e essa é a principal motivação para se usarem técnicas diferentes nos projetos dos diferentes controladores, desta forma os requisitos

não satisfeitos por um dos controladores poderão ser satisfeitos por outros, projetados de forma diferente.

O próximo passo desta metodologia consiste em encontrar uma combinação ideal dos sinais de controle gerados pelos diversos controladores projetados de forma tal que esta combinação componha o sinal de controle que irá efetivamente atuar sobre a planta. Para tanto se utiliza um sistema supervisor projetado com base em técnicas de inteligência artificial para determinar uma ordem hierárquica de importância de cada sinal de controle com relação à condição de operação avaliada pelo supervisor para aquele instante. Fica claro então, que além dos sinais de controle gerados pelos diversos controladores o supervisor precisa também receber informações que o possibilitem a fazer uma avaliação da condição de operação em cada instante (Figura V-1), sendo então com base nesta avaliação que o supervisor irá ordenar hierarquicamente as saídas dos controladores que irão compor o sinal de controle que irá atuar na planta. Mais especificamente, lógica nebulosa foi usada nesta pesquisa para projeto do supervisor uma vez que esta técnica de IA faz uso dos conhecimentos humanos a respeito do universo no qual o sistema será inserido para o seu projeto. Desta forma foi possível aproveitar todo o conhecimento adquirido durante as etapas anteriores desta pesquisa. Neste ponto, é importante ressaltar que, embora a lógica nebulosa tenha sido escolhida pelas razões aqui mencionadas, outras várias técnicas, tais como: redes neurais artificiais (RNAs) e diversos tipos de filtros (filtros de Kalman, por exemplo), poderiam ser utilizadas na implementação do supervisor. É importante notar ainda que a hierarquia dos controladores será alterada pelo supervisor em função da condição de operação por ele avaliada. O termo hierarquia refere-se aqui ao nível de importância associado pelo supervisor a cada controlador, em cada condição de operação, e que irá definir sua participação no sinal de controle que alimentará a planta.

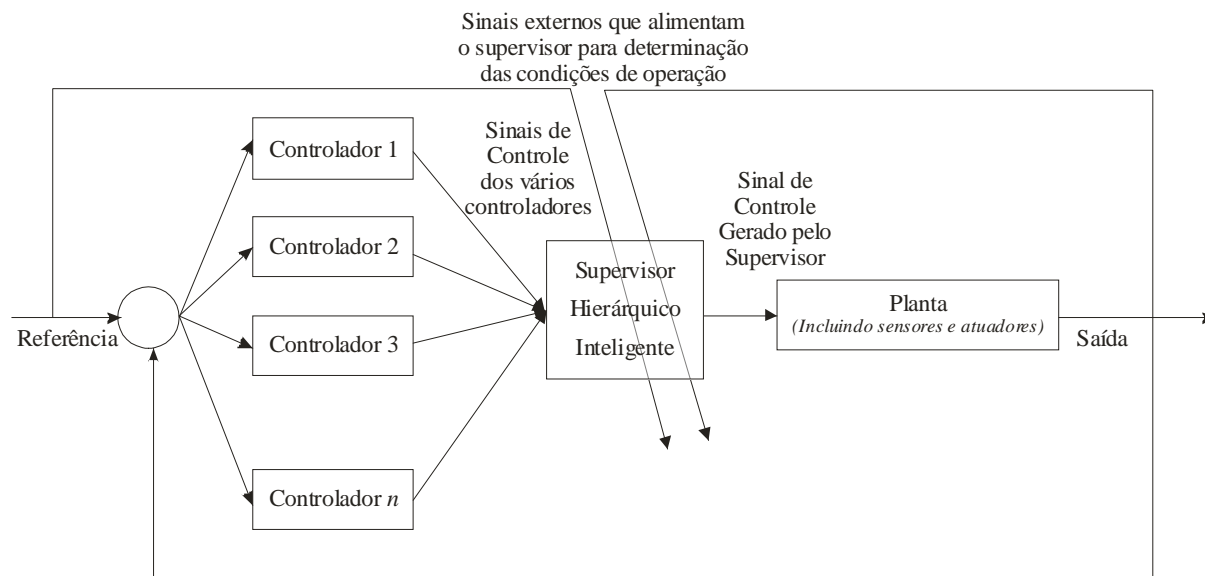


Figura V-1 – Representação esquemática da arquitetura de controle para fusão de controladores via supervisão hierárquica inteligente.

V.2. PROJETO DO SUPERVISOR HIERÁRQUICO INTELIGENTE

Dois controladores já foram projetados, conforme apresentado nos Capítulo III e Capítulo IV. Cada um deles, avaliado com relação a diversos tipos de sinais tanto de referência quanto de distúrbios, conseguiu prover ao sistema controlado, formado pelo próprio controlador e o modelo não linear, uma resposta no tempo com desempenho satisfatório em certas condições. Agora, no projeto do supervisor para realizar a fusão dos sinais de controle gerados simultaneamente por estes dois controladores, é necessário que o supervisor saiba exatamente qual controlador será mais importante em cada condição de operação.

Um sistema nebuloso do tipo Takagi-Sugeno-Kang (TSK) foi utilizado para a implementação do supervisor (modelos do tipo Mamdani também foram examinados em Araújo e Yoneyama, 2002a). Como as entradas previstas para o supervisor são basicamente os sinais oriundos do sensoriamento da planta e do ambiente em que ela se encontra, no caso

em estudo temos que estes sinais representam a referência e a saída da planta. Combinações destes sinais, bem como derivadas e integrais deles ou das possíveis combinações podem também ser usados para acrescentar informações ao supervisor. Neste caso optou-se por utilizar a diferença entre os dois sinais disponíveis e sua derivada, ou seja, as entradas do supervisor são o erro de rastreamento e sua taxa de variação temporal, de forma idêntica ao que acontece com o controlador nebuloso do Capítulo IV, que também é um modelo do tipo TSK. Desta forma as estruturas deste dois sistemas nebulosos são muito semelhantes. Este foi outro fator simplificador no projeto do supervisor.

Os princípios gerais para o projeto de controladores nebulosos foram de grande importância no projeto do supervisor sendo que diferença básica entre as estruturas do supervisor e do controlador nebuloso do Capítulo IV está no número de variáveis lingüísticas usadas para definir cada variável de entrada. No caso do supervisor foram usadas apenas três: Negativo, Zero e Positivo, todas representadas por funções de pertinência do tipo trapezoidal e no número de funções de saída, também reduzido, duas no supervisor, ambas de ordem zero, e não quatro como foi usado no controlador, sendo duas funções Sugeno de ordem zero e duas de primeira ordem.

Os parâmetros resultantes da sintonização do supervisor são apresentados a seguir, nas Figura V-2, Figura V-3, Tabela V-1, Tabela V-2 e Figura V-4:

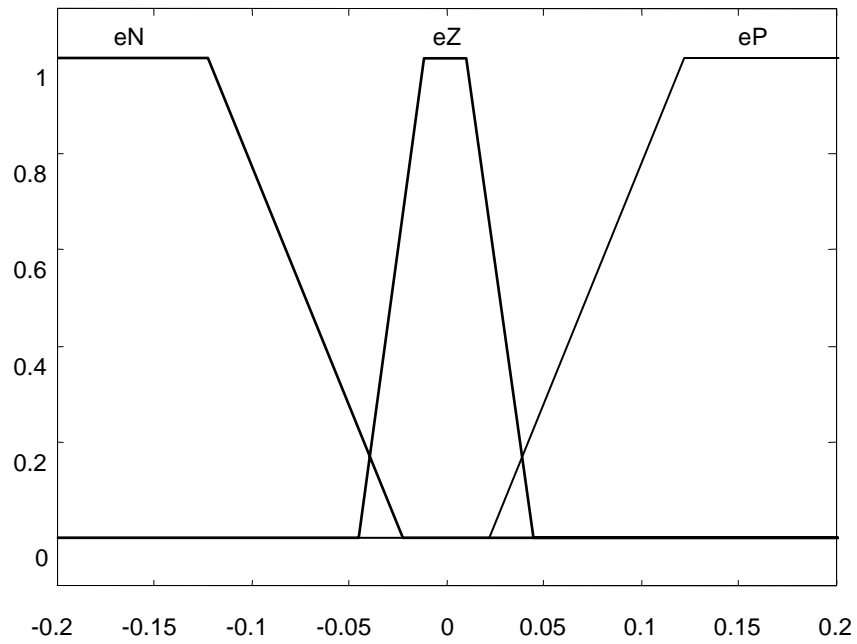


Figura V-2 – Funções de pertinência da primeira variável de entrada do supervisor ($e(t)$).

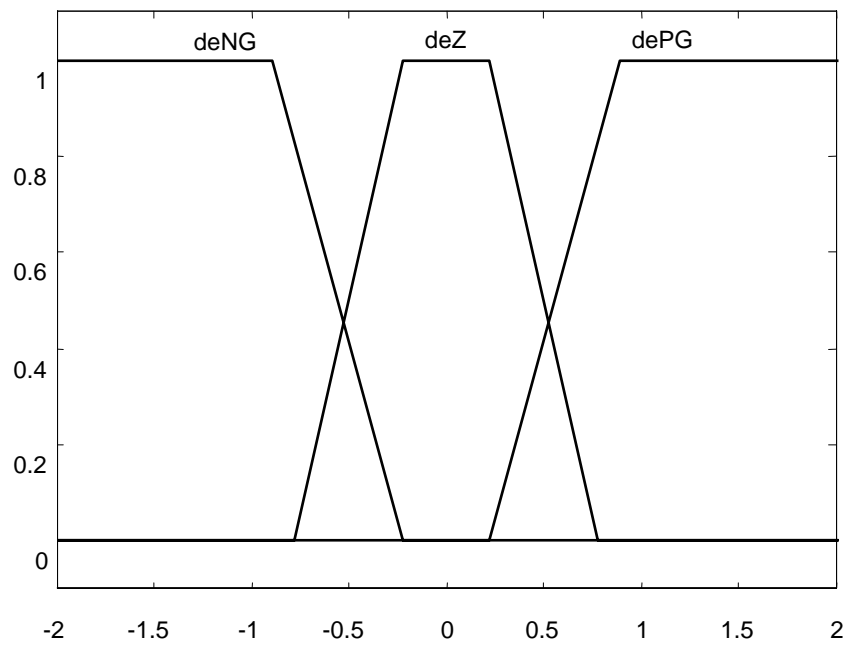


Figura V-3 – Funções de pertinência da segunda variável de entrada do supervisor ($de(t)/dt$).

Os parâmetros de cada função de pertinência são dados na Tabela V-1:

Tabela V-1. Parâmetros das funções de pertinência do supervisor.

<i>Variável de Entrada</i>	<i>Variável Lingüística</i>	<i>Função de Pertinência</i>	<i>Tipo</i>	<i>Parâmetros</i>
Primeira variável de entrada: Erro de rastreamento ($e(t)$)	Negativa	em	Trapezoidal	[-30 -20 -0,12 -0,03]
	Zero	eZ	Trapezoidal	[-0,04 -0,01 0,01 0,04]
	Positiva	eP	Trapezoidal	[0,03 0,12 20 30]
Segunda variável de entrada: Derivada do erro de rastreamento ($de(t)/dt$)	Negativa	deN	Trapezoidal	[-120 -100 -0,85 -0,30]
	Zero	deZ	Trapezoidal	[-0,70 -0,30 0,30 0,70]
	Positiva	deP	Trapezoidal	[0,30 0,85 100 120]

Tabela V-2. Funções de saída do supervisor.

<i>Nome da Função</i>	<i>Parâmetros</i>
LTR	0
FUZ	1

A base de regras da máquina de inferência de um sistema nebuloso é onde o conhecimento é codificado na forma de regras **SE** <antecedente> **ENTÃO** <conseqüente>, onde os antecedentes correspondem às variáveis lingüísticas e os conseqüentes às funções de saída. No caso do supervisor os antecedentes estão relacionados com a avaliação que ele irá

fazer das condições de operação enquanto que os conseqüentes estão relacionados aos controladores que o supervisor tem para compor o sinal de controle que alimentará a planta. Assim sendo, a base de regras determina a relação entre as diversas condições de operação e a lei de ordenação hierárquica dos controladores a ser determinada pelo supervisor. A base de regras para o supervisor, determinada com base nos testes apresentados nos Capítulo III e Capítulo IV, é apresentada na Figura V-4.

$\frac{de(t)}{dt}$	eNG	eZ	ePG
deNG	FUZ	FUZ	FUZ
deZ	FUZ	LTR	FUZ
dePG	FUZ	FUZ	FUZ

Figura V-4 – Regras para inferência no supervisor.

V.3. AVALIAÇÃO DO SISTEMA DE CONTROLE PROPOSTO

Como o modelo simplificado mostrou-se anteriormente pouco eficiente no projeto de controladores para o modelo não-linear, o sistema de controle final a ser avaliado nesta pesquisa é composto pelo supervisor apresentado na seção anterior (V.2.) e pelos controladores robusto e nebuloso projetados com base no modelo linearizado (seções III.5. e IV.4.) e será aqui denominado por controlador hierárquico inteligente (CHI) para fusão de controladores ou simplesmente CHI (Figura V-5).

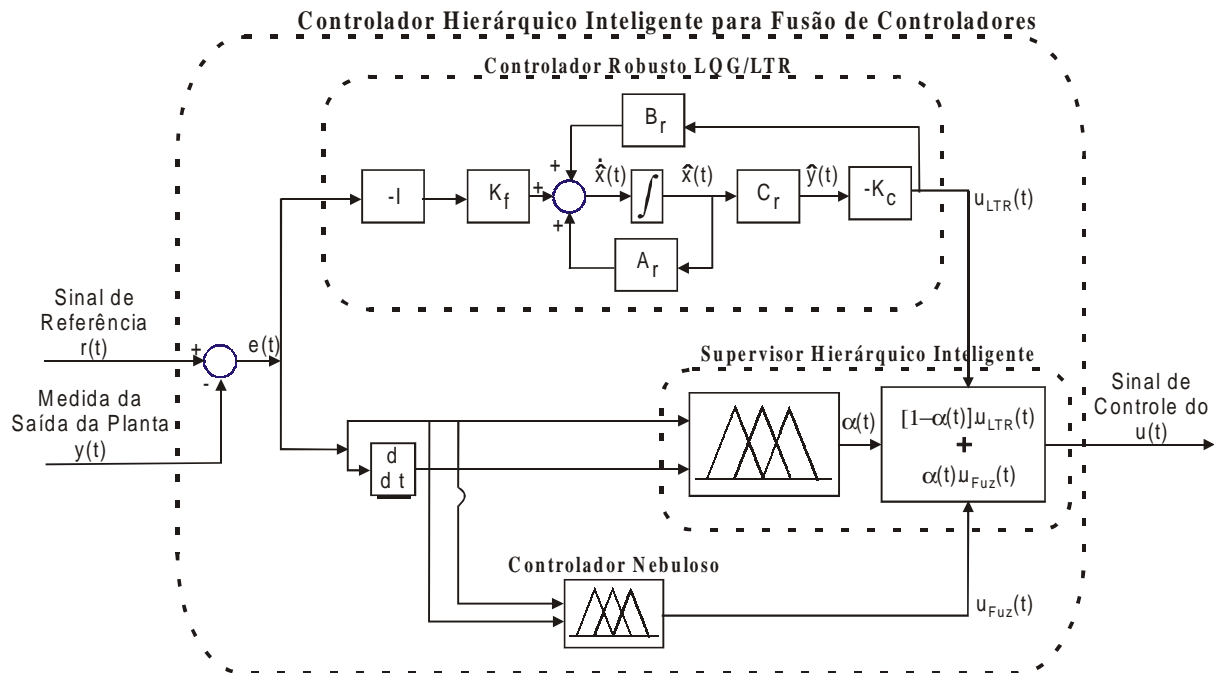


Figura V-5 – Representação em diagrama de blocos do sistema de controle com o supervisor hierárquico inteligente, o controlador robusto LQG/LTR e o controlador nebuloso.

Durante os testes apresentados nos Capítulo III e Capítulo IV as respostas do modelo linearizado com os controladores projetados para este modelo se mostraram muito próximas das respostas do modelo de teste com estes mesmos controladores, e isto também justifica a utilização destes controladores na composição do CHI. No entanto, resultados de simulações onde este sistema de controle atua no modelo simplificado são apresentados mais adiante, neste texto. Além disso, um projeto completamente baseado no modelo simplificado foi apresentado por Araújo e Yoneyama (2002a).

Inicialmente, simulações idênticas àquelas realizadas nos testes dos capítulos anteriores são repetidas aqui. Como estamos lidando com a versão final do controlador proposto, o CHI, todos os detalhes precisam então ser examinados incluindo, pela primeira vez, uma preocupação adicional com o sinal de controle gerado. Nos capítulos anteriores as amplitudes dos sinais de controle gerados não tinham um peso decisivo na avaliação dos

projetos e por isso mesmo nenhuma análise de tais sinais foi apresentada de forma a simplificar a discussão sobre cada projeto concentrando a análise daqueles controladores na resposta no tempo do sistema controlado, além do mais aqueles sinais de controle não seriam diretamente introduzidos na planta, mas sim uma combinação deles gerada pelo sistema de controle com o supervisor. Desta forma, agora é imprescindível que alguma análise seja feita sobre o sinal de controle gerado pelo CHI, inclusive com comparações oportunas com os sinais de controle gerados pelos controladores LQG/LTR e nebuloso, extraídos de dentro do próprio CHI ou destes controladores operando separadamente no controle do modelo não linear.

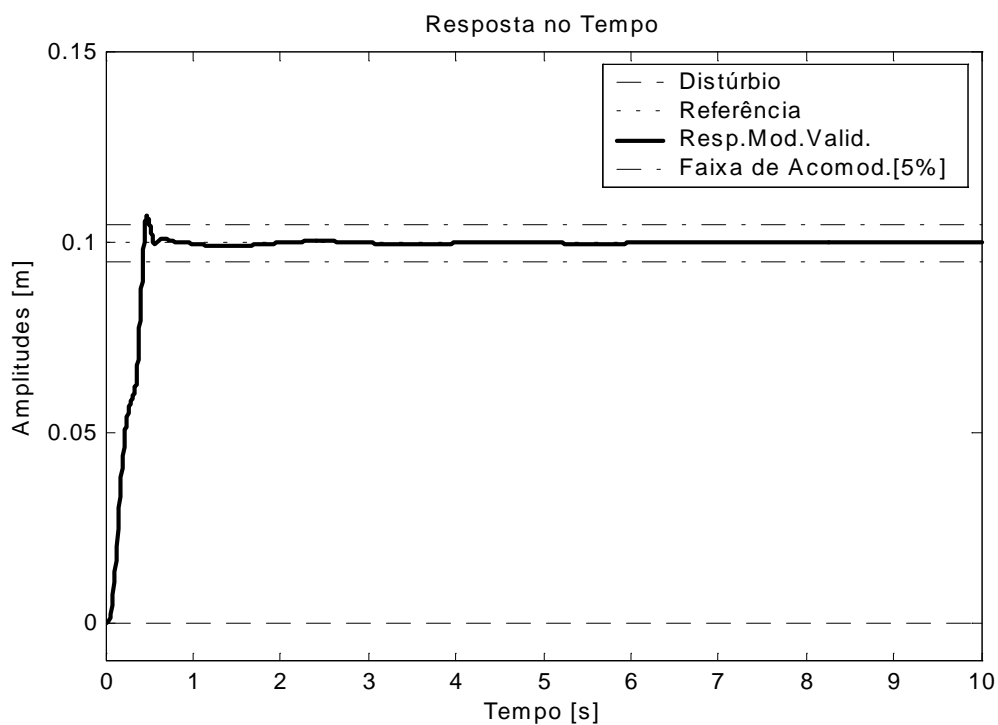


Figura V-6 – Avaliação do CHI no acompanhamento de uma referência do tipo degrau na ausência de distúrbios.

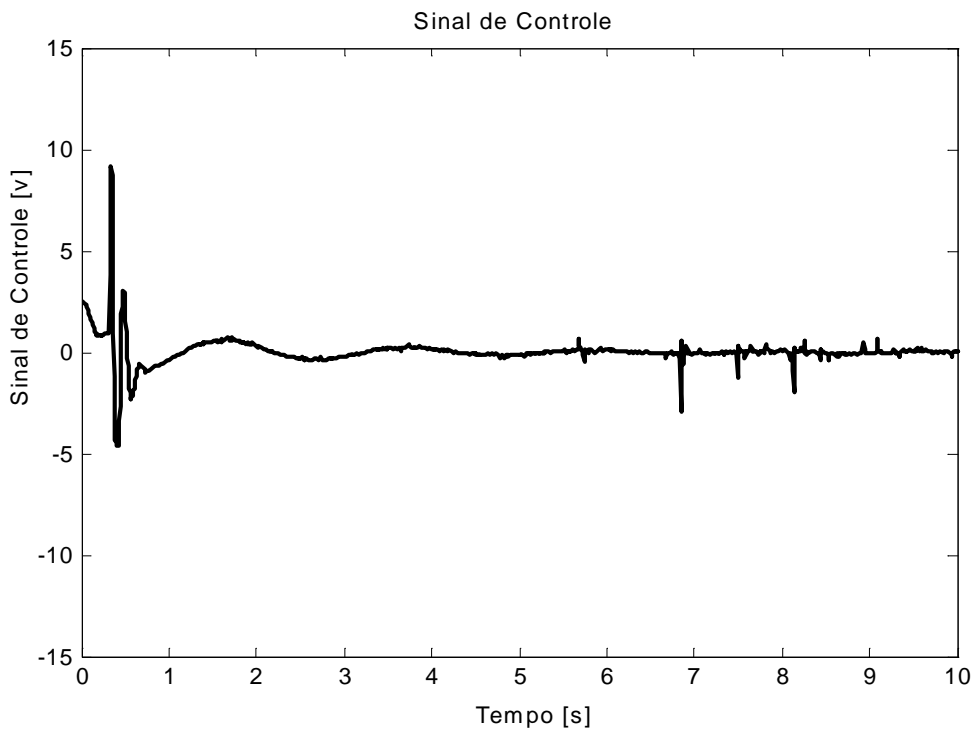


Figura V-7 – Sinal de Controle gerado pelo CHI no acompanhamento de uma referência do tipo degrau na ausência de distúrbios.

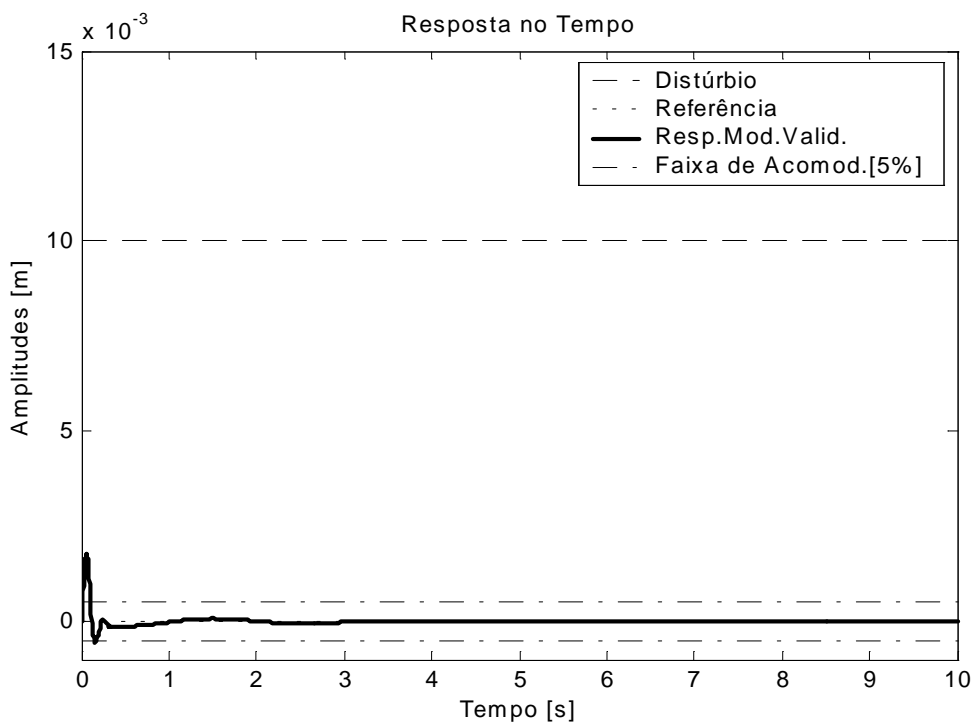


Figura V-8 – Avaliação do CHI na rejeição de um distúrbio do tipo degrau para uma referência nula.

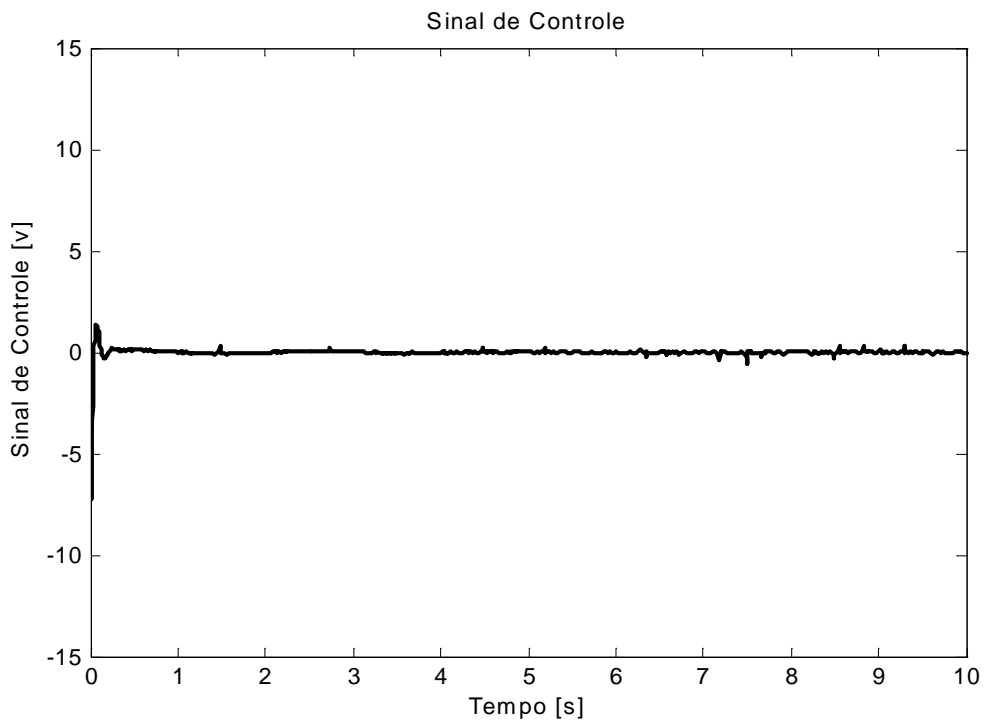


Figura V-9 – Sinal de Controle gerado pelo CHI na rejeição de um distúrbio do tipo degrau para uma referência nula.

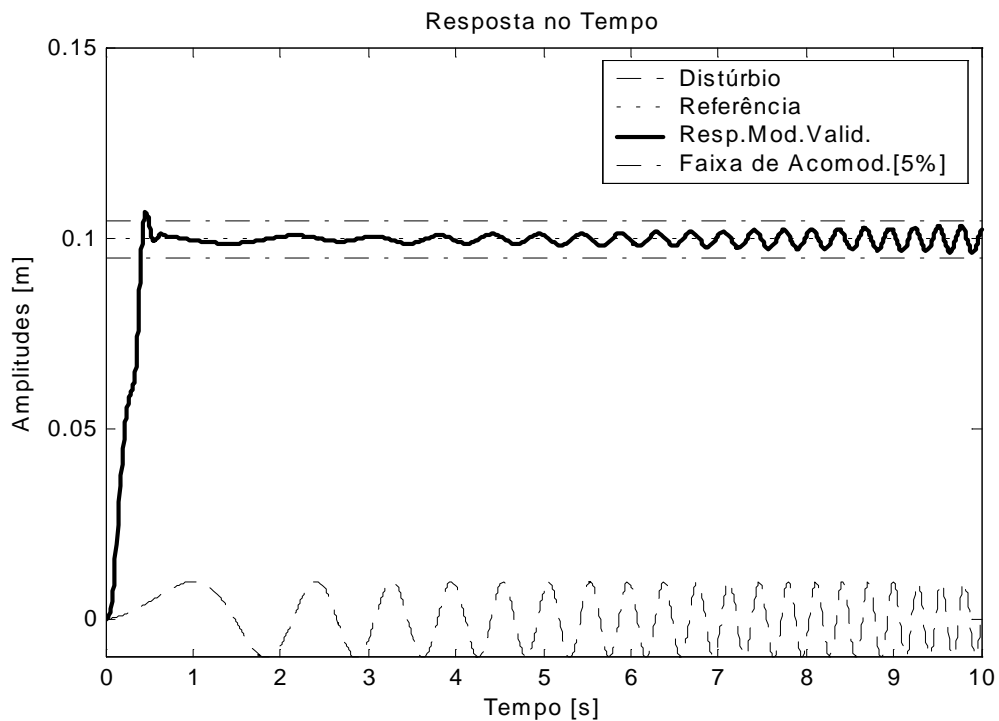


Figura V-10 – Avaliação do CHI no acompanhamento de uma referência do tipo degrau na presença de um distúrbio do tipo “chirp signal”.

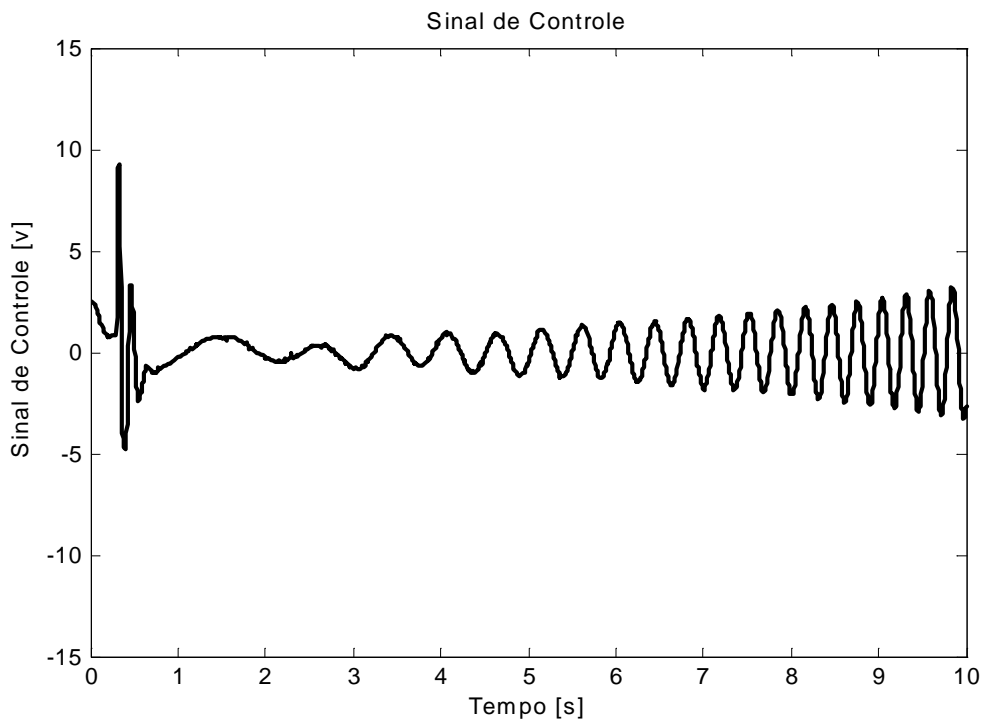


Figura V-11 – Sinal de Controle gerado pelo CHI no acompanhamento de uma referência do tipo degrau na presença de um distúrbio do tipo “chirp signal”.

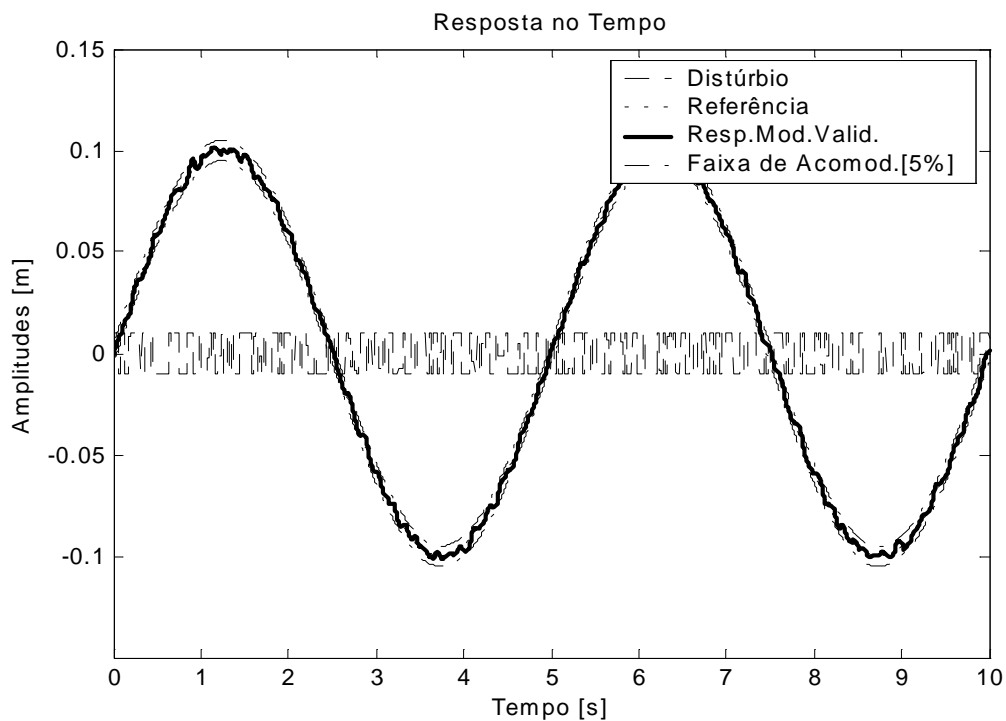


Figura V-12 – Avaliação do CHI no acompanhamento de uma referência do tipo senoidal na presença de um distúrbio do tipo ruído de banda limitada.

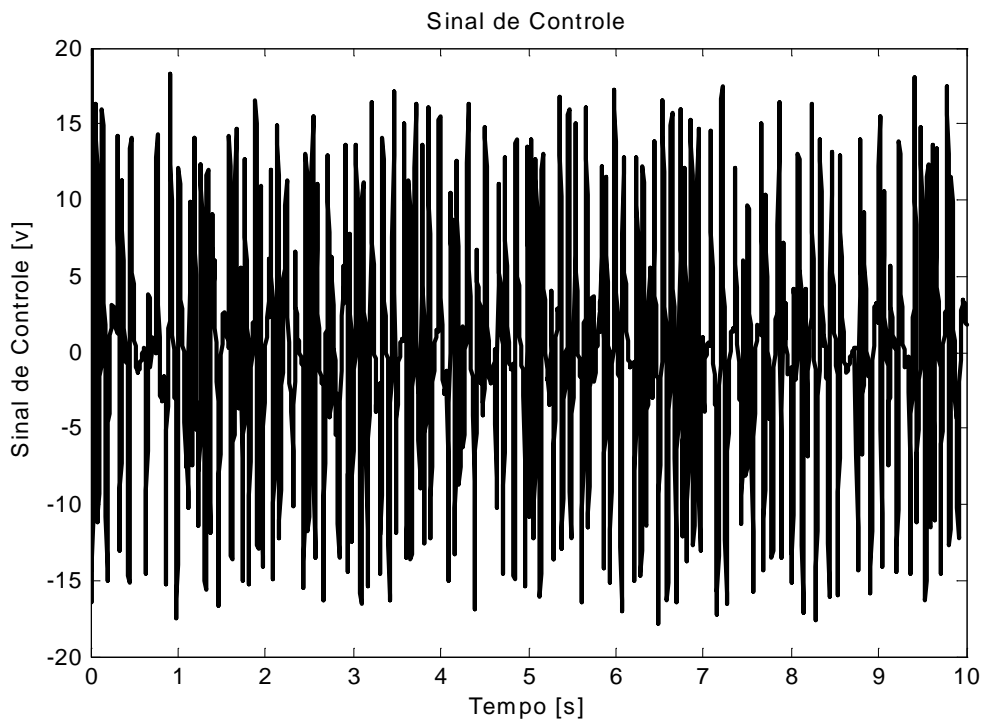


Figura V-13 – Sinal de Controle gerado pelo CHI no acompanhamento de uma referência do tipo senoidal na presença de um distúrbio do tipo ruído de banda limitada.

Com base na análise das curvas apresentadas nas Figura V-6 à Figura V-13 é possível notar que fusão dos sinais de controle efetuada pelo supervisor hierárquico inteligente gera um sinal de controle que confere ao modelo de teste um desempenho com relação a resposta no tempo superior, ou no pior caso igual (Figura V-8), aos controladores LQG/LTR e nebuloso atuando isoladamente. Considerando ainda que o servomotor que compõe o serv atuador é um motor D.C de $\pm 12,0$ volts apenas no caso mais extremo, onde o sistema controlado (CHI + modelo de teste) deve acompanhar uma referência senoidal ao mesmo tempo em que rejeita um distúrbio do tipo ruído de banda limitada (Figura V-12), o sinal de controle ultrapassa o limite de $\pm 15,0$ volts (Figura V-13) que é considerado aqui como sendo limites máximos, inferior e superior, para a saturação do serv atuador.

Além dos testes já apresentados, algumas comparações podem ilustrar melhor as vantagens da proposta de utilizar-se o supervisor inteligente para realizar a fusão de sinais de controles gerados por múltiplos controladores. Examinemos, por exemplo, os três controladores, o CHI, o nebuloso e o LQG/LTR, no acompanhamento de um sinal de referência do tipo degrau (Figura V-14 e Figura V-15).

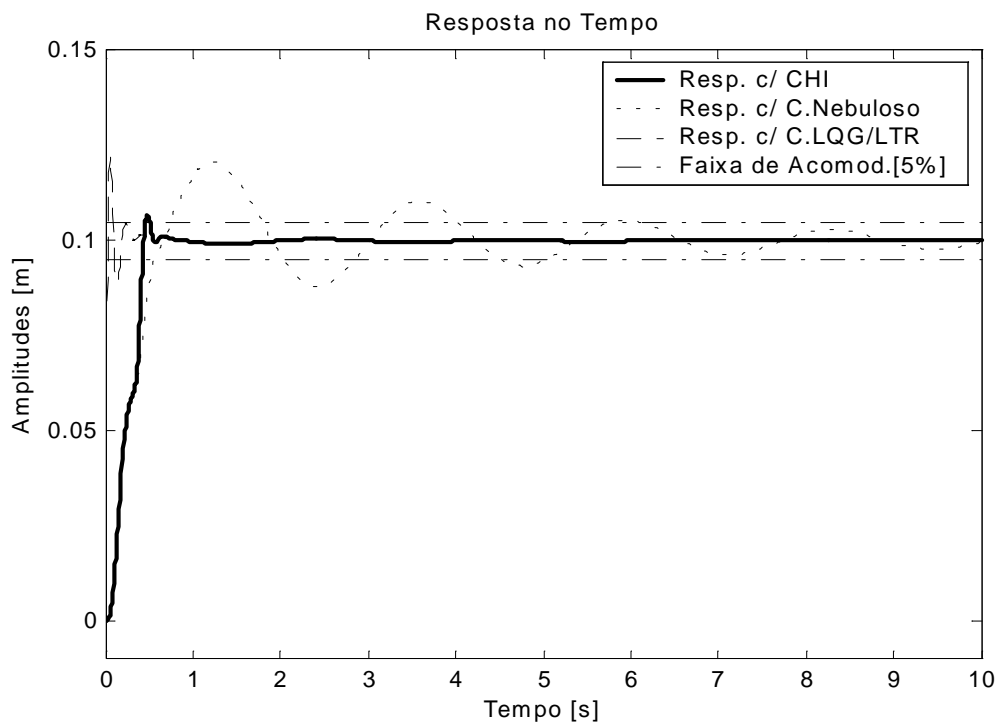


Figura V-14 – Comparação dos três controladores no acompanhamento de uma referência do tipo degrau.

Uma primeira observação que pode ser feita a partir das curvas apresentadas na Figura V-14, é com relação máximo sobre-sinal (“overshoot”), é fácil notar que, neste critério, o CHI apresenta uma boa vantagem com relação aos outros dois controladores atuando separadamente. Com relação a velocidade da resposta, é fácil, mesmo por estimativa visual, constatar que os tempos de subida e acomodação do sistema com o controlador LQG/LTR são menores que os tempos obtidos com o CHI, que por sua vez são menores que aqueles obtidos

com o controlador nebuloso. Contudo, é possível notar analisando-se a Figura V-15, especialmente o quadro em detalhe no canto inferior direito, que a velocidade do controlador robusto LQG/LTR é obtida às custas de um sinal de controle duzentas vezes maior que o limite máximo de saturação esperado para o servomotor, algo apenas possível em um ambiente simulado, sendo inviável em um ambiente prático. Os outros dois controladores, no entanto, geram sinais de controle dentro dos limites aceitáveis, de forma que a perda de velocidade do CHI com relação ao controlador LQG/LTR é perfeitamente justificada.

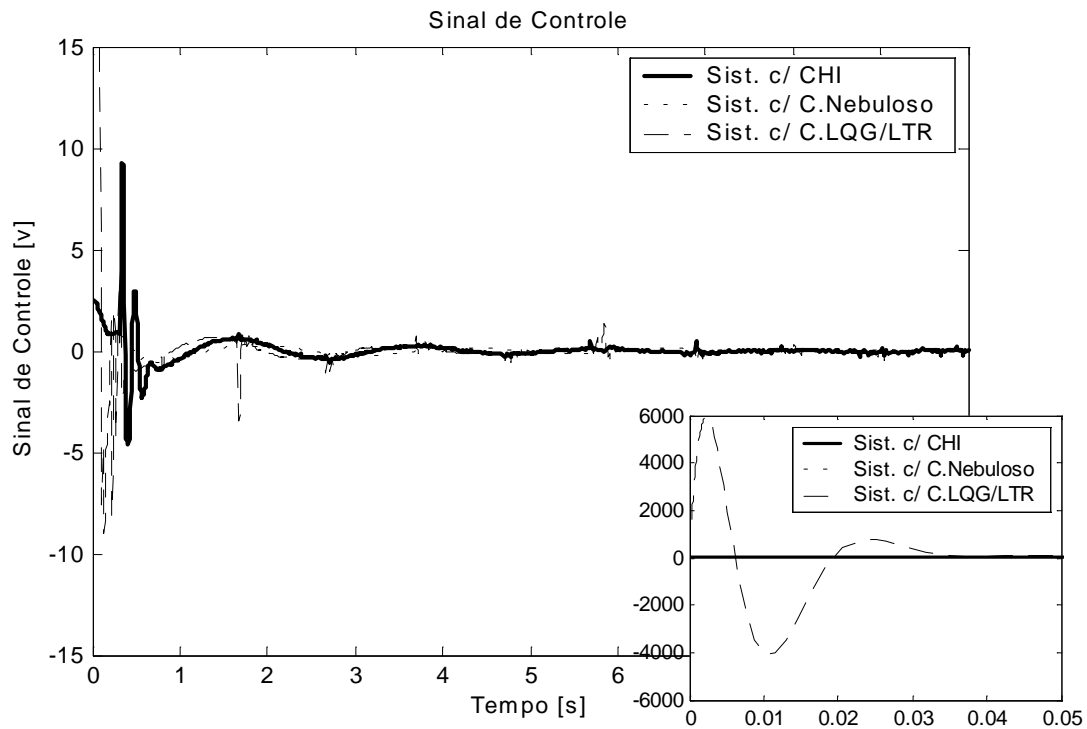


Figura V-15 – Comparação dos sinais de controle gerados pelos três controladores no acompanhamento de uma referência do tipo degrau.

Por fim, é interessante observar como é feita a composição do sinal de controle no CHI. A saída do supervisor varia no intervalo fechado entre zero e um, de forma que quando a saída é zero o sinal de controle do CHI é composto exclusivamente pelo sinal gerado pelo controlador LQG/LTR contido no CHI, por outro lado, quando a saída do supervisor é igual a

um a saída do CHI passa a ser composta unicamente pelo sinal gerado pelo controlador nebuloso contido no CHI. Contudo quando a saída do supervisor assume valores no intervalo aberto entre zero e um o sinal de controle do CHI será composto por uma combinação linear dos sinais do controlador LQG/LTR e do controlador nebuloso, onde a participação do sinal do controlador nebuloso é proporcional à saída do supervisor e a participação do sinal do controlador LQG/LTR, neste caso onde só se tem dois controladores compondo o sinal do CHI, assume a porção complementar (Figura V-16 e Figura V-17).

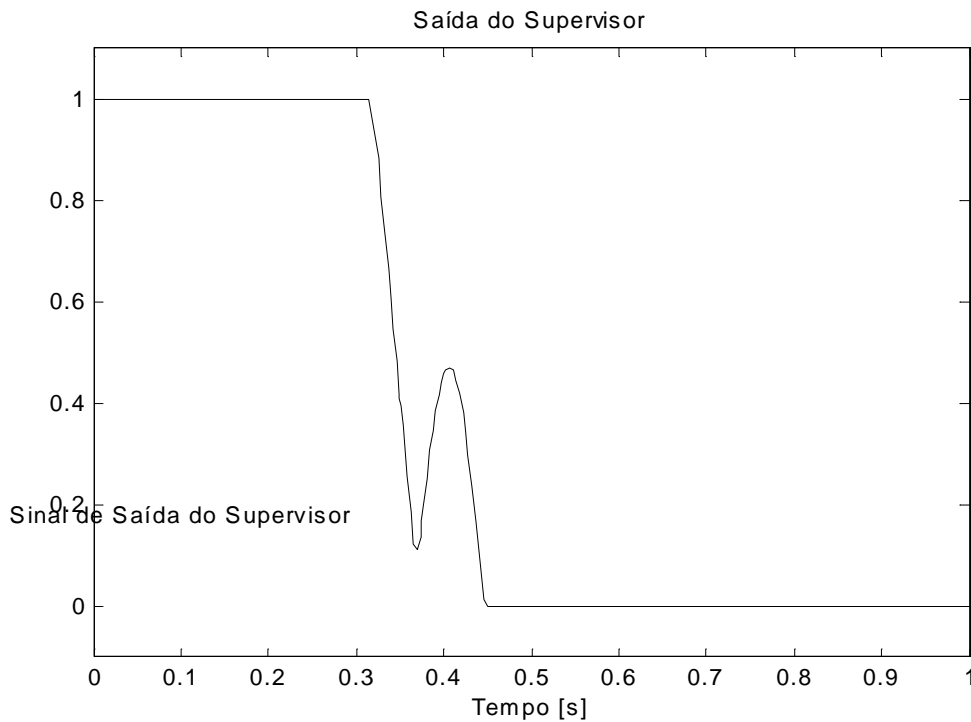


Figura V-16 – Saída do supervisor para composição do sinal de controle do CHI visando o acompanhamento de uma referência do tipo degrau.

Nas figuras Figura V-16 e Figura V-17 um cuidado especial foi tomado com as escalas para que fosse possível observar o que foi comentado no parágrafo anterior. É fácil notar que até pouco mais de 0,3 segundos, enquanto a saída do supervisor era igual a um, o sinal do CHI sobrepõe o sinal gerado internamente pelo controlador nebuloso que o compõe,

bem como a partir de aproximadamente 0,45 segundos o sinal do CHI passa a sobrepor o sinal gerado pelo LQG/LTR contido no próprio CHI. Contudo, entre 0,3 e 0,45 segundos, aproximadamente, quando a saída do supervisor assume valores intermediários entre zero e um, o sinal de controle gerado pelo CHI passa a ser uma composição dos sinais do controlador nebuloso e do controlador LQG/LTR simultaneamente.

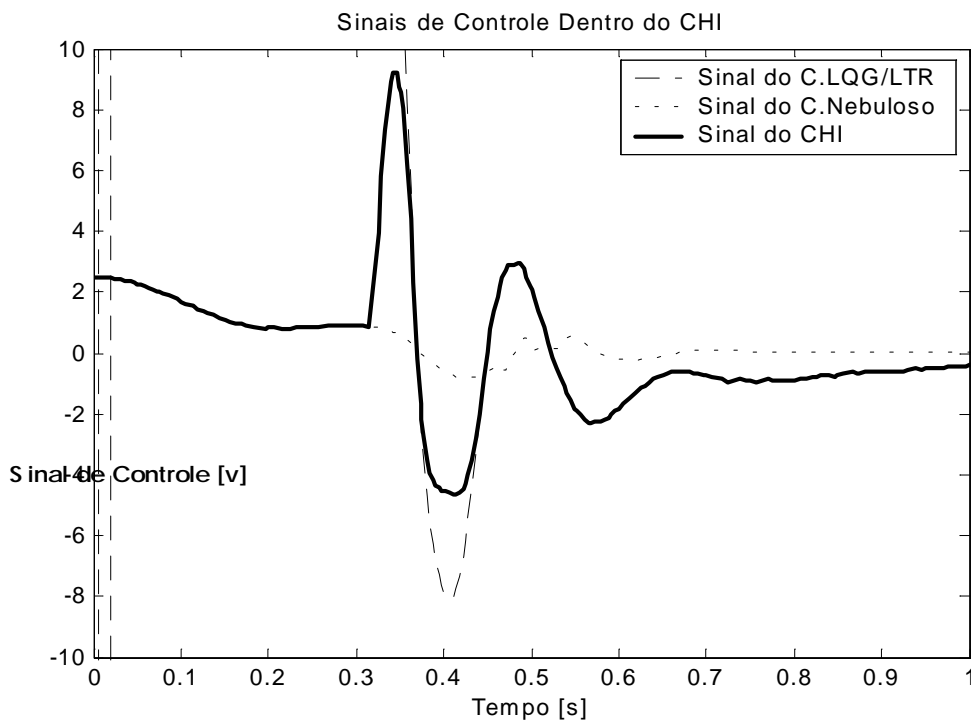


Figura V-17 – Comparação dos sinais de controle dentro do CHI durante o acompanhamento de uma referência do tipo degrau.

CAPÍTULO VI.

CONCLUSÕES

Seja pelo ineditismo de sua arquitetura, seja pela classe de aplicação à qual atende, ou ainda devido a características intrínsecas tais como: suas não linearidades, sua capacidade de propiciar deslocamentos da carga útil segundo uma trajetória de referência ao mesmo tempo em que o isola de vibrações de base e o tipo de atuador utilizado entre outros, o sistema proposto contribuiu significativamente para o aspecto interdisciplinar desta pesquisa. O desenvolvimento e a análise de modelos que representam de alguma forma a dinâmica deste sistema, envolveram a aquisição, o amadurecimento e a utilização adequada de conhecimentos em áreas como: modelamento e análise de sistemas dinâmicos, análise vibratória, teoria matemática de sistemas, sistemas não lineares e teoria de controle, controle ótimo, controle robusto e inteligência artificial dentre outras. A aplicação científica destes conhecimentos resultou na obtenção de diversos modelos matemáticos para o sistema físico proposto, dos quais os três principais são apresentados neste texto e alguns outros estão em Araújo et.al. (2000), Araújo e Yoneyama (2001a), Araújo e Yoneyama (2002b). Com base nestes modelos, diversas análises foram feitas e vários projetos de controle foram realizados. Além da própria proposta do sistema eletromecânico, uma conclusão desta pesquisa com relação aos modelos, que pode ser destacada, está no fato de que o modelo obtido utilizando-

se as hipóteses simplificadoras comumente encontradas na bibliografia não se mostrou muito eficaz para o projeto de controladores para a planta não-linear original.

Quanto ao projeto de controladores, técnicas de controle robusto e controle nebuloso foram apresentadas e empregadas em projetos utilizando-se os modelos lineares, sendo posteriormente aplicados no modelo não-linear, possibilitando-se assim, entre outras avaliações, verificar-se a robustez destes controladores com relação a erros não estruturados de modelamento, representados, neste caso, pela dinâmica não-linear não embutida nos modelos nominais de projeto, que eram lineares. Porém, a principal contribuição desta pesquisa em termos de projeto de controle, reside na proposta da arquitetura de controle para fusão de múltiplos controladores através de supervisão hierárquica inteligente. Esta arquitetura mostrou-se eficiente no controle de vibrações mecânicas, dentro da proposta inicial desta pesquisa. Através da utilização de um supervisor projetado com base em técnicas de inteligência artificial foi possível realizar a fusão dos controladores robusto, projetado no Capítulo III, e nebuloso, projetado no Capítulo IV. É importante notar que ambos os controladores puderam ser projetados relaxando-se alguns critérios, a princípio conflitantes. No projeto do controlador robusto LQG/LTR buscou-se uma resposta rápida e bem amortecida, tanto no acompanhamento de referências quanto na rejeição de distúrbios, não se preocupando com as amplitudes do sinal de controle gerado. Enquanto isso, no projeto do controlador nebuloso buscou-se uma resposta suave, sem grandes exigências de velocidade ou amortecimento, que já haviam sido buscadas no controlador robusto, desta forma, e pela própria estrutura do controlador nebuloso, garantiu-se indiretamente a obtenção de sinais de controle de baixas amplitudes. É óbvio que desta forma ambos os projetos se converteram em tarefas mais simples e fáceis. Por fim, utilizando os sinais de controle gerados simultaneamente pelos dois controladores, o supervisor compõe um sinal de controle que

busca incorporar as características favoráveis de cada controlador. Desta forma, o controlador hierárquico inteligente, formado aqui pelos dois controladores e pelo supervisor, consegue gerar uma lei de controle capaz de impor ao sistema não-linear características de desempenho desejadas, tais como, velocidade, suavidade, amortecimento, ausência de erros de regime, bom acompanhamento de referência, boa rejeição de distúrbios e insensibilidade a erros de modelamento, uma vez que mesmo projetado com base no modelo linear funcionou satisfatoriamente no modelo não-linear. Neste ponto, é importante destacar que, para as amplitudes máximas das referências e dos distúrbios usadas durante todas as simulações, as características mencionadas foram obtidas com sinais de controle que não ultrapassam os limites de saturação do servomotor, exceto na rejeição de distúrbios do tipo ruído branco (Figura V-12 e Figura V-13), onde tivemos sinais de controle aproximadamente 20% maiores do que o limite de saturação considerado para o servomotor. Contudo, vale a pena ressaltar que esta pesquisa objetiva principalmente o isolamento de vibrações mecânicas de baixa frequência, faixa de frequência onde, segundo a bibliografia (Rao, 1995; Inman, 1996; Thomson e Dahleh, 1998), são encontrados os maiores desafios às técnicas de controle, exigindo o emprego de técnicas de controle ativo de alto desempenho como ficou demonstrado ser o caso do controle proposto nesta pesquisa.

Apesar de tudo que foi até aqui apresentado, além de etapas e resultados desta pesquisa que, por buscar-se uma apresentação clara e didática, não estão contidos neste texto de tese, mas foram compartilhados com a comunidade científica nacional e internacional através das diversas publicações que resultaram desta pesquisa, muitas citadas ao longo deste texto, é fácil notar-se o longo caminho do qual esta tese corresponde apenas aos primeiros passos. São muitas as linhas que ainda podem ser exploradas dentro do contexto geral do tema

desta pesquisa. Duas linhas básicas ficam como sugestão aos que desejarem dar mais alguns passos por estes caminhos:

- i. Com relação ao sistema físico proposto, novos modelos podem ser obtidos com base em novas hipóteses e considerações. Pode-se, por exemplo, considerar a barra que serve de alavanca como sendo um elemento flexível. A posição do pivô, em torno do qual a barra desenvolve a componente angular do seu movimento, pode também ser alterado. Evitando-se que este ponto coincida com o centro geométrico da barra algumas componentes de força que, com configuração simétrica usada neste trabalho, se anulam passam a não mais se anular aumentando a complexidade do modelo. Além disso, mudando-se a relação entre as distâncias do ponto de pivotamento para as massas m_C e m_A , pode-se explorar melhor o princípio da alavanca. Outras configurações também podem ser examinadas, incluindo diferentes tipos de atuadores. A construção de um modelo em escala, que possibilitasse a realização de experimentos práticos seria, sem dúvida, uma contribuição significativa à continuidade desta pesquisa.

- ii. No que diz respeito à arquitetura de controle apresentada, outras técnicas de IA (RNAs, por exemplo) podem ser testadas no projeto do supervisor. Fazer a fusão de um maior número de controladores é outro desafio que pode render bons frutos. Uma possibilidade seria utilizar vários controladores muito simples, possivelmente baseados em técnicas de controle clássico o que, além de facilitar o projeto do supervisor, facilitaria também avaliações analíticas do controlador resultante da fusão. Características favoráveis das ferramentas de IA podem ainda ser melhor exploradas, no sentido de implementar-se mecanismos de adaptação “on-line” ou

mesmo “off-line”, possivelmente através do ajuste dos parâmetros do supervisor via algum mecanismo de treinamento.

Finalmente, para encerrar esse texto, relembra-se que as possibilidades futuras desta pesquisa, bem como de qualquer outra boa pesquisa, resumem-se tão somente aos conhecimentos, aos objetivos e, porque não dizer, a imaginação daqueles que desejarem dar-lhe continuidade.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Anderson, B.D.O. and Moore, J.B., 1971, *Linear Optimal Control*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
- Araújo, F.M.U., 1998, *Sistema Eletromecânico para Controle Ativo de Vibrações, Dissertação de Mestrado*, Coordenação de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal da Paraíba - UFPB, João Pessoa, Brazil.
- Araújo, F.M.U., Araújo C.S. e Dana, S.S., 1999, Sistema Eletromecânico para Controle Ativo de Vibrações, *Proc. of the COBEM99*, pp.10, Águas de Lindóia, Brazil.
- Araújo, F.M.U., Araújo C.S., Dana, S.S. e Yoneyama, T., 2000, Um Controlador Neural Tipo PI-12 Estendido para Isolamento de Vibrações, *Proc. of the CONEM 2000*, pp.10, Natal, Brazil.
- Araújo, F.M.U. e Yoneyama, T., 2000, Análise da Sensibilidade Paramétrica no Controle de um Sistema Eletromecânico: Casos Clássico e Neural, *Proc. of the CBA 2000*, pp.145-150, Florianópolis, Brazil.
- Araújo, F.M.U. e Yoneyama, T., 2001a, Modelamento e Controle de um Dispositivo Eletromecânico para Controle Ativo de Vibrações, *Proc. of the II SNCA*, pp.15, Salvador, Brazil.

- Araújo, F.M.U. and Yoneyama, T., 2001b, Active Control of Vibration in a 2D Electro-Mechanical Structure Using LQG/LTR Approach, *Electronic Proc. of IEE Interactive 2001*, pp.4, (<http://www.iee.org/interactive2001>), Internet Conference.
- Araújo, F.M.U., Yoneyama, T. e Nascimento Jr., C.L., 2001, Um Controlador Nebuloso TSK Aplicado em um Sistema para Isolamento de Vibrações, *Proc. of the V SBAI*, pp.6, Canela, Brazil.
- Araújo, F.M.U. and Yoneyama, T., 2001c, Replication of a State Feedback Controller With State Observer by a Recurrent Neural Network for Application in the Active Control of Vibrations, *Proc. of the V SBAI*, pp.6, Canela, Brazil.
- Araújo, F.M.U. and Yoneyama, T., 2001d, Active Vibration Control by Pole Placement: LQR X Pole Dominance Approaches, *Proc. of the COBEM 2001*, vol.10, pp.196-205, Uberlandia, Minas Gerias, Brazil.
- Araújo, F.M.U., Yoneyama, T. and De Souza, J.A.M.F., 2002, An Electro-Mechanical System of Active Suspension Using a Robust LQG/LTR Controller, *Proc. of the 6th Biennial Conference on Engineering Systems Design and Analysis – ESDA 2002*, pp.6, Istanbul, Turkey.
- Araújo, F.M.U. and Yoneyama, T., 2002a, Improved Vibration Supression Via Hierarchical Fuzzy Control, *Proc. of the 15th Word Conference IFAC*, pp.6, Barcelona, Spain.
- Araújo, F.M.U. and Yoneyama, T., 2002b, Modeling, Analyzing and Controlling of a Nonlinear Electro-Mechanical System to Intelligent Control of Vibration, *Proc. of the CONEM 2002*, pp.10, João Pessoa, Paraíba, Brazil.
- Araújo, F.M.U. and Yoneyama, T., 2002c, On the Adequacy of Linearization Methods in Control Design, *Proc. of the CBA 2002*, pp.715-720, Natal, Brazil.
- Athans, M., 1971, The Role and Use of Linear Quadratic Gaussian Theory in Control Systems Design, *IEEE Trasn. on Automatic Control*, AC-16, pp.529-553.

- Bai, M.R. and Lin, G.M., 1996, The Development Of A DSP-Based Active Small Amplitude Vibration Control System For Flexible Beams By Using The LQG Algorithms And Intelligent Materials, In: *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 189, No. 4, pp. 411-427.
- Baruch, I., Albino, J.M.F., Garrido, R. and Gortcheva, E., 2000, An Indirect Adaptive Neural Control of Nonlinear Plnats, *Proc. of the IEEE-INNS-ENNS International Joint Conference on Neural Networks*, vol.4, pp.337-342.
- Blanchini, F., 1999, The Gain Scheduling and the Robust State Feedback Stabilization Problems, *Proc. of the 38th Conf. on Decision and Control*, pp.1821-1826.
- Campbell, M.E. and Crawley E.F., 1994, The SISO Compensator For Lightly Damped Structures, *Proc. of the American Control Conf.*, pp.3464-3469.
- Castro, J.L., 1995, Fuzzy logic controllers are universal approximators. *IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics*. 25(4). Pp.629-635.
- Chen, C.T., 1984, *Linear System Theory and Design*, HRW, New York.
- Cheng, L. and Pearson, J.B., 1981, Synthesis of Linear Multivariable Regulators, *IEEE Trans. Automatic Control*, Vol. AC-26, pp.194-202.
- Chipperfield, A.J. and Fleming, P.J., 1998, Evolutionary Design of Gas Turbine Aero-Engine Controllers, *IEEE Conf.*, pp.2401-2406
- Chiu, S. and Chand, S., 1994, *Adaptive traffic signal control using fuzzy logic*, The Institute of Eletrical and Eletronics Engineers, Inc., New York.
- Cruz, J.J., 1996, *Controle Robusto Multivariável*, Editora da Universidade de São Paulo, São Paulo, Brasil.
- Davison, E.J. and Ferguson, I.J., 1981, The Design of Controllers for the Multivariable Robust Servomechanism Problem Using Parameter optimization Methods, *IEEE Trans. Automatic Control*, Vol. AC-26, pp.93-110

- Denoyer, K.K. and Kwak, M.K., 1996, Dynamic Modeling and Vibration. Suppression of a Slewing Structure Utilizing Piezoelectric Sensors and Actuator, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 189, No. 1, pp. 13-31.
- Doyle, J.C., 1978, Guaranteed Margins For LQG Regulators, *IEEE Trans. Automatic Control*, Vol. AC-23, pp. 756-757.
- Doyle, J.C. and Stein, G., 1979, Robustness With Observers, *IEEE Trans. Automatic Control*, Vol. AC-24, pp. 607-611.
- Doyle, J.C. and Stein, G., 1981, Multivariable Feedback Design: Concepts for a Classical/Modern Synthesis, *IEEE Trans. Automatic Control*, Vol.AC-26, pp.4-16.
- Dorato, P., Tempo, R. and Muscato, G., 1993, Bibliography on Robust Control, *Automatica*, vol.29, n.1, pp.201-213.
- Driankov, D.; Hellendoorn, H. and Reinfrank, M., 1993, *An Introduction to Fuzzy Control*. Springer-Verlag.
- Dutta, S., 1993, Fuzzy Logic Applications: Technological and Strategic Issues. *IEEE Trans. on Engineering Management*. 40(3). pp.237-254.
- Faleiros, A.C. e Yoneyama, T., 2002, *Teoria Matemática de Sistemas*, Arte e Ciência Editora, São Paulo, Brasil.
- Fonseca, C.A. and Fleming, P.J., 1998a, Multobjective Optimization and Multiple Constraint Handling with Evolutionary Algorithms – Part I: A Unified Formulation, *IEEE Trans. System, Man and Cybernetic*, vol.28, n.1, pp.26-37.
- Fonseca, C.A. and Fleming, P.J., 1998b, Multobjective Optimization and Multiple Constraint Handling with Evolutionary Algorithms – Part II: Application Example, *IEEE Trans. System, Man and Cybernetic*, vol.28, n.1, pp.38-47.
- Freire, E.O., Carelli, R., Mut, V., Soria, C., Bastos Filho, T.F. and Sarcinelli-Filho, M., 2001, Mobile Robot Navigation Based on Fusion of Control Signals from Different

- Controllers, *Proc. of the 2001 European Control Conference*, Porto, Portugal, pp.1828-1833.
- Freire, E.O., Bastos Filho, T.F. and Sarcinelli-Filho, M., Carelli, R., Naisi, O., 2002, A New Mobile Robot Architecture Via Control Output Fusion, *Proc. of the 15th International World Congress IFAC 2002*, Barcelona, Spain.
- Gilman, A.S. and Rhodes, I.S., 1973, Cone-Bounded Nonlinearities And Mean-Square Bounds-Estimation Upper Bounds, *IEEE Trans. Automatic Control*, vol.AC-18, pp.260-265.
- Gomide, F.A.C. e Gudwin, R.R., 1994, Modelagem, Controle, Sistemas e Lógica Fuzzy. *Revista Controle E Automação*, Vol. 4, n. 3, pp.97-115.
- Gray, G.J., Li, Y., Murray-Smith, D.J., Ronco, E. and Sharman, K.C., 1997, The Application of Genetic Algorithms to Gain-Scheduling Controller Analysis and Design, *Proc. of the IEE Conf. on Genetic Algorithms in Engineering Systems: Innovations and Applications*, n.446, pp.364-368
- Guerra, R., 1998, *Projeto e simulação do controle de atitude autônomo de satélites usando lógica nebulosa*. Master's Thesis, Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais – INPE. São José dos Campos. São Paulo.
- Guerra, R., Sandri, S. and Souza, M.L.O, 1997, Dynamics and Design of Autonomous Attitude Control of a Satellite Using Fuzzy Logic, *Anais do XIV COBEM*, Bauru, São Paulo.
- Hazen, H.L., 1934, Theory of Servomechanisms, *Journal of the Franklin Institute*, vol.218, pp.279-331.
- Houpis, C. H. and Constantinides, C. T., 1973, Relationship Between Conventional-Control-Theory Figures of Merit and Quadratic Performance Index in Optimal Control

- Theory for a Single-Input / Single-Output Systems, *Proc. IEE*, Vol. 120, pp. 138-142.
- Inman, D.J., 1996, *Engineering Vibration*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
- Joo, M.G., and Lee, J.S., 1999, Hierarchical Fuzzy Control Scheme using Structured Takagi-Sugeno Type Fuzzy Inference, *Proc. of the IEEE Intern. Fuzzy Systems Conf.*, vol.I, pp.78-83.
- Karnopp, D.C., Margolis, D.L. and Rosenberg, R.C., 2000, *System Dynamics: Modeling and Simulation of Mechatronic Systems*, John Wiley & Sons, Inc., 3rd Edition, New York, USA.
- Karr, C.L. and Gentry, E.J., 1993, Fuzzy control of PH using genetic algorithms. *IEEE Trans. On Fuzzy Systems*. 1(1). pp.46-53.
- Kikuchi, H., Otake, A. and Nakanishi, S., 1998, Functional Completeness of Hierarchical Fuzzy Modeling, *Information Science*, vol.110, pp.51-60.
- Kukolj, D., Kulić, F. and Levi, E., 1999, Artificial Intelligence Based Gain Scheduling of PI Speed Controller in DC, *Proc. of the ISIE'99*, pp.425-429.
- Kuo, B.C., 1995, *Automatic Control Systems*, Ed. Prentice-Hall International, Inc., 7th Edition, Englewood Cliffs, New Jersey, USA.
- Lee, C.C., 1990, Fuzzy Logic in Control Systems: Fuzzy Controller, Part I and II. *IEEE Trans. Systems, Man and Cybernetics*, V.20, n.2, pp. 404-435.
- Lee, T.T., Jeng, J.T. and Shih, C.L., 1996, Using Neural Networks to Improve Gain Scheduling Techniques for Linear Parameter-varying Systems, *Proc. of the IEEE AMC'96-MIE*, pp.299-304.
- Linkens, D.A. and Nyongesa, H.O., 1996, A Hierarchical Multi-Variable Fuzzy Controller for Learning with Genetic Algorithms, *Int. J. Contr.*, vol.63, n.5, pp.855-883.
- Maciejowski J, 1989, *Multivariable Feedback Design*, Addison Wesley.

- Matsuda, S. and Akimoto, Y., 1989, The representation of large numbers in neural networks and its application to economical load dispatching of electric power, *Proc. Int. Joint Conference on Neural Networks*, vol. 1, pp. 587-592.
- Mondié, S., Zagalak, P. and Kucera, V., 2000, State Feedback in Linear Control Theory, *Linear Algebra and Its Applications*, vol.317, pp.177-192.
- Murphy G.V. and Bailey, J.M., 1990, LQG/LTR Robust Control System Design for a Low-Pressure Feedwater Heater Train, *IEEE: Proc. of 1990 Southeastcon*, pp. 853-856.
- Nguyen, D.H. and Widrow, B., 1990, Neural Networks for Self-Learning Control Systems, *IEEE Control Systems Magazine*, 10(3), pp.18-23.
- Nyquist, H., 1932, Regeneration Theory, *Bell System Technical Journal*, vol.11, pp.126-147
- Ogata, K., 1993, *Engenharia de Controle Moderno*, Ed. Prentice/Hall do Brasil, 2ª Edição, Rio de Janeiro, Brazil.
- Packard, A. and Kantner, M., 1996, Gain Scheduling the LPV Way, *Proc. of the IEEE Conf. On Decision and Control*, pp.3938-3941.
- Pappa, R.S., Lassiter, J.O. and Ross, P.B., 2001, Structural Dynamics Experimental Activities in Ultra-Lightweight and Inflatable Space Structures, *NASA TM-2001-210857*.
- Pirjanian, P., 1998, *Multiple Objective Action Selection & Behavior Fusion using Voting*, PhD thesis, Dep. Of Medical Informatics and Image Analysis, Institute of Electronic Systems, Aalborg University, Aalborg, Denmark.
- Pirjanian, P. and Mataric, M., 2000, Multi-Robot Target Acquisition using Multiple Objective Behavior Coordination, *Proc. of the IEEE International Conf. on Robotics & Automation*, pp.2696-2702.
- Postlethwaite, I., Edmunds, J.M. and MacFarlane, A.G.J., 1981, Principal Gains and Principal Phases in the Analysis of Linear Multivariable Feedback Systems, *IEEE Trans. Automatic Control*, Vol. AC-26, pp.32-46.

- Qiang, L., Huiyi, W. and Konghui, G., 1999, Identification and Control of Four-Wheel-Steering Vehicles Base don Neural Network, *Proc. of the IEEE International Vehicles Electronics Conference*, vol.1, pp.250-253.
- Raju, G.V.S. and Zhou, J., 1993, Adaptive Hierarchical Fuzzy Controller, *IEEE Trans. On Systems, Man and Cybernetics*, vol.23, n.4, pp.973-980.
- Raju, G.V.S., Zhou, J. and Kisner, R.A., 1991, Hierarchical Fuzzy Control, *Int. J. Cont.*, vol.54, n.5, pp.1201-1216.
- Rao, M.V.C. and Prahlad, V., 1997, A Tunable Fuzzy Logic Controller for Vehicle Active Suspension System, *Fuzzy Sets and Systems*, n.85, pp.11-21.
- Rao, S.S., 1995, *Mechanical Vibration*, 3rd Ed., Addison-Wesley, Reading Massachusetts.
- Safanov, M.G., and Athans, M., 1977, Gain and Phase Margin for Multiloop LQG Regulators, *IEEE Trans. Automatic Control*, Vol. AC-22, pp.173-179.
- Safanov, M.G., and Athans, M., 1978, Robustness and Computational Aspects of Nonlinear Stochastic Estimators and Regulators, *IEEE Trans. Automatic Control*, Vol. AC-23, pp. 717-725.
- Safanov, M.G., Laub, A.J. and Hartmann, G.L., 1981, Feedback Properties of Multivariable Systems: The Role and Use of the Return Difference Matrix, *IEEE Trans. Automatic Control*, Vol. AC-26, pp.47-65.
- Sandri, S.A. e Correa, C., 1999, Lógica Nebulosa, *V Escola de Rede Neurais*, São José dos Campos, São Paulo, pp.c073-c090.
- Seaks, R. and Murray, J., 1981, Feedback System Design: The Tracking and Disturbance Rejection Problems, *IEEE Trans. Automatic Control*, Vol. AC-26, pp.203-217.
- Shamma, J.S. and Athans, M., 1987, Stability and Robustness of Slowly Time-Varying Linear Systems, *Proc. Of the 26th IEEE Conf. On Decision and Control*.

- Shamma, J.S. and Athans, M., 1988, Guaranteed Properties for Nonlinear Gain Scheduled Control Systems, *Proc. Of the 27th IEEE Conf. On Decision and Control*.
- Shamma, J.S. and Athans, M., 1990, Analysis of Gain Scheduled Control for Nonlinear Plants, *IEEE Trans. On Automatic Control*, vol.35, n.8, pp.898-907.
- Shamma, J.S. and Athans, M., 1992, Gain Scheduling: Potential Hazards and Possible Remedies. *IEEE Control Systems*, pp. 101-107.
- Shimajima, K., Fukuda, T. and Hasegawa, Y., 1995, Self Tuning Fuzzy Modeling with Adaptive Membership Function, Rules, and Hierarchical Structure Based on Genetic Algorithm, *Fuzzy Sets and Systems*, vol.71, n.3, pp.295-309.
- Silva, V.V.R., Khatib, W. and Fleming, P.J, 1998, Variable Complexity Modelling for Evolutionary Gas Turbine Control Design, *UKACC International Conference on Control'98*, pp.1283-1288.
- Skogestad, S. And Postlethwaite, I., 1996, *Multivariable Feedback Control Analysis and Design*, John Wiley & Sons, Baffins Lane, Chichester.
- Soong, T.T., 1990, *Active Structural Control: Theory and Practice*, New York, Longman Scientific & Technical.
- Stein, G., 1980, *Adaptive Flight Control – A Pragmatic View, Applications of Adaptive Control*, Academic Press, New York..
- Stein, G. and Athans, M., 1987, The LQG/LTR procedure for Multivariable Feedback Control Design, *IEEE Trans. Automatic Control*, Vol. AC-32, pp.105-114.
- Tamai, E.H. and Sotelo Jr., J., 1995, LQG-Control of Active Suspension Considering Vehicle Body Flexibility, *Proc. of the 4th IEEE Conference on Control Applications*, pp.143-147.
- Thomson, W.T. and Dahleh, M.D., 1998, *Theory of Vibration With Applications*, Ed. Prentice Hall, 5th Edition, Upper Saddle River, New Jersey, USA.

- Tu, K.H. and Shamma, J.S., 1998, Nonlinear Gain-Scheduled Control Design Using Set-Valued Methods. *Proc. of the American Control Conference*, Philadelphia, Pennsylvania, pp.1195-1199.
- Wang, L., 1997, *A Course in Fuzzy Systems and Control*, Prentice Hall PTR.
- Wang, L., 1998, Universal Approximation by Hierarchical Fuzzy Systems, *Fuzzy Set and Systems*, vol.93, pp.223-230.
- Wellstead, P.E., 1979, *Introduction to Physical System Modelling*, Academic Press, London Great Britain.
- Williams, R.J., 1986, Reinforcement Learning in Connectionist Networks: A Mathematical Analysis. *Report 8605*, Institute of Cognitive Science, UCSD.
- Woodhead, M.A. and Porter, B., 1973, Optimal Modal Control, *Trans. Inst. Meas. Contr.*, vol.6, pp.301-303.
- Yager, R.R., 1998, On the Construction of Hierarchical Fuzzy Systems Models, *IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics*, vol.28, n.1, pp.55-66.
- Yoshimura, T., Isari, Y., Li, Q. and Hino, J., 1997, Active Suspension of Motor Coaches Using Skyhook Damper and Fuzzy Logic Control, *Control Eng. Practice*, vol.5, n.2, pp.175-184.
- Zadeh, L.A., 1965, Fuzzy sets. *Fuzzy Sets, Information and Control*, 8, pp.338–353.
- Zadeh, L.A., 1978, Fuzzy Set as a Basis for a Theory of Possibility, *Fuzzy Sets an Systems*, vol.1, pp.3-28.
- Zhou K., Doyle J. and Glover K., 1995, *Robust and Optimal Control*, Prentice Hall.
- Zhou, C., Whiteley, J.R., Misawa, E.A. and Gasem K.A.M., 1995, Application of Enhanced LQG/LTR for Distillation Control, *IEEE Trans. on Control System*, pp.56-63.

APÊNDICE A.

REPRESENTAÇÃO EM ESPAÇO DE ESTADOS DE SISTEMAS MULTIVARIÁVEIS COM DERIVADAS DAS ENTRADAS

Dadas m equações diferenciais ordinárias com m variáveis e l entradas (funções de excitação), cada uma com derivada de ordem n como sendo a maior ordem de derivada possível:

$$\begin{aligned} & y_1 + a_1^{11} y_1^{(n-1)} + a_1^{12} y_1^{(n-2)} + \dots + a_1^{1n} y_1 + a_2^{11} y_2^{(n-1)} + \dots + a_2^{1n} y_2 + \dots + a_m^{11} y_m^{(n-1)} + \dots + a_m^{1n} y_m \\ & = b_1^{10} u_1^n + b_1^{11} u_1^{(n-1)} + \dots + b_1^{1n} u_1 + b_2^{10} u_2^n + \dots + b_2^{1n} u_2 + \dots + b_l^{10} u_l^n + \dots + b_l^{1n} u_l \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & y_2 + a_1^{21} y_1^{(n-1)} + a_1^{22} y_1^{(n-2)} + \dots + a_1^{2n} y_1 + a_2^{21} y_2^{(n-1)} + \dots + a_2^{2n} y_2 + \dots + a_m^{21} y_m^{(n-1)} + \dots + a_m^{2n} y_m \\ & = b_1^{20} u_1^n + b_1^{21} u_1^{(n-1)} + \dots + b_1^{2n} u_1 + b_2^{20} u_2^n + \dots + b_2^{2n} u_2 + \dots + b_l^{20} u_l^n + \dots + b_l^{2n} u_l \end{aligned}$$

⋮

$$\begin{aligned} & y_m + a_1^{m1} y_1^{(n-1)} + a_1^{m2} y_1^{(n-2)} + \dots + a_1^{mn} y_1 + a_2^{m1} y_2^{(n-1)} + \dots + a_2^{mn} y_2 + \dots + a_m^{m1} y_m^{(n-1)} + \dots + a_m^{mn} y_m \\ & = b_1^{m0} u_1^n + b_1^{m1} u_1^{(n-1)} + \dots + b_1^{mn} u_1 + b_2^{m0} u_2^n + \dots + b_2^{mn} u_2 + \dots + b_l^{m0} u_l^n + \dots + b_l^{mn} u_l \end{aligned}$$

(A.1)

Pode-se definir o seguinte conjunto de variáveis:

$$X_1 = y_1 - \beta_1^{10} u_1 - \beta_2^{10} u_2 - \dots - \beta_l^{10} u_l$$

$$X_2 = \dot{y}_1 - \beta_1^{10} \dot{u}_1 - \beta_2^{10} \dot{u}_2 - \dots - \beta_l^{10} \dot{u}_l - \beta_1^{11} u_1 - \beta_2^{11} u_2 - \dots - \beta_l^{11} u_l = \dot{X}_1 - \beta_1^{11} u_1 - \beta_2^{11} u_2 - \dots - \beta_l^{11} u_l$$

⋮

$$X_n = y_1 - \beta_1^{(n-1)} u_1 - \beta_2^{(n-1)} u_2 - \dots - \beta_l^{(n-1)} u_l - \beta_1^{(n-2)} u_1 - \beta_2^{(n-2)} u_2 - \dots - \beta_l^{(n-2)} u_l - \dots - \beta_1^{1(n-1)} u_1 - \beta_2^{1(n-1)} u_2 - \dots - \beta_l^{1(n-1)} u_l = \dot{X}_{(n-1)} - \beta_1^{1(n-1)} u_1 - \beta_2^{1(n-1)} u_2 - \dots - \beta_l^{1(n-1)} u_l$$

$$X_{(n+1)} = y_2 - \beta_1^{20} u_1 - \beta_2^{20} u_2 - \dots - \beta_l^{20} u_l$$

$$X_{(n+2)} = \dot{y}_2 - \beta_1^{20} \dot{u}_1 - \beta_2^{20} \dot{u}_2 - \dots - \beta_l^{20} \dot{u}_l - \beta_1^{21} u_1 - \beta_2^{21} u_2 - \dots - \beta_l^{21} u_l = \dot{X}_{(n+1)} - \beta_1^{21} u_1 - \beta_2^{21} u_2 - \dots - \beta_l^{21} u_l$$

⋮

(A.2)

$$X_{(n+n)} = y_2 - \beta_1^{20} u_1 - \beta_2^{20} u_2 - \dots - \beta_l^{20} u_l - \beta_1^{21} u_1 - \beta_2^{21} u_2 - \dots - \beta_l^{21} u_l - \dots - \beta_1^{2(n-1)} u_1 - \beta_2^{2(n-1)} u_2 - \dots - \beta_l^{2(n-1)} u_l = \dot{X}_{(n+n-1)} - \beta_1^{2(n-1)} u_1 - \beta_2^{2(n-1)} u_2 - \dots - \beta_l^{2(n-1)} u_l$$

⋮

$$X_{(m,n-n+1)} = y_m - \beta_1^{m0} u_1 - \beta_2^{m0} u_2 - \dots - \beta_l^{m0} u_l$$

$$X_{(m,n-n+2)} = \dot{y}_m - \beta_1^{m0} \dot{u}_1 - \beta_2^{m0} \dot{u}_2 - \dots - \beta_l^{m0} \dot{u}_l - \beta_1^{m1} u_1 - \beta_2^{m1} u_2 - \dots - \beta_l^{m1} u_l = \dot{X}_{(m,n-n+1)} - \beta_1^{m1} u_1 - \beta_2^{m1} u_2 - \dots - \beta_l^{m1} u_l$$

⋮

$$X_{(m,n)} = y_m - \beta_1^{m0} u_1 - \beta_2^{m0} u_2 - \dots - \beta_l^{m0} u_l - \beta_1^{m1} u_1 - \beta_2^{m1} u_2 - \dots - \beta_l^{m1} u_l - \dots - \beta_1^{m(n-1)} u_1 - \beta_2^{m(n-1)} u_2 - \dots - \beta_l^{m(n-1)} u_l = \dot{X}_{(m,n-1)} - \beta_1^{m(n-1)} u_1 - \beta_2^{m(n-1)} u_2 - \dots - \beta_l^{m(n-1)} u_l$$

Definindo-se agora os termos β_i^{jk} como:

$$\beta_i^{j0} = b_i^{j0}$$

$$\beta_i^{j1} = b_i^{j1} - a_1^{j1} \beta_i^{10} - a_2^{j1} \beta_i^{20} - \dots - a_{(m-1)}^{j1} \beta_i^{(m-1)0} - a_m^{j1} \beta_i^{m0}$$

$$\begin{aligned} \beta_i^{j2} = & b_i^{j2} - a_1^{j1} \beta_i^{11} - a_2^{j1} \beta_i^{21} - \dots - a_{(m-1)}^{j1} \beta_i^{(m-1)1} - a_m^{j1} \beta_i^{m1} - a_1^{j2} \beta_i^{10} - a_2^{j2} \beta_i^{20} - \\ & \dots - a_{(m-1)}^{j2} \beta_i^{(m-1)0} - a_m^{j2} \beta_i^{m0} \end{aligned}$$

$$\vdots$$

(A.3)

$$\begin{aligned} \beta_i^{jn} = & b_i^{jn} - a_1^{j1} \beta_i^{1(n-1)} - a_2^{j1} \beta_i^{2(n-1)} - \dots - a_{(m-1)}^{j1} \beta_i^{(m-1)(n-1)} - a_m^{j1} \beta_i^{m(n-1)} - a_1^{j2} \beta_i^{1(n-2)} - \\ & - a_2^{j2} \beta_i^{2(n-2)} - \dots - a_m^{j2} \beta_i^{m(n-2)} - a_1^{jn} \beta_i^{10} - a_2^{jn} \beta_i^{20} - \dots - a_{(m-1)}^{jn} \beta_i^{(m-1)0} - a_m^{jn} \beta_i^{m0} \end{aligned}$$

$$\left. \begin{array}{l} \forall i=1, 2, \dots, l \\ \forall j=1, 2, \dots, m \end{array} \right\}$$

Derivando-se os estados, obtém-se:

$$\dot{X}_1 = X_2 + \beta_1^{11} u_1 + \beta_2^{11} u_2 + \dots + \beta_l^{11} u_l$$

$$\dot{X}_2 = X_3 + \beta_1^{13} u_1 + \beta_2^{13} u_2 + \dots + \beta_l^{13} u_l$$

$$\vdots$$

$$\begin{aligned} \dot{X}_n = & -a_1^{1n} X_1 - a_1^{1(n-1)} X_2 - \dots - a_1^{11} X_n - a_2^{1n} X_{(n+1)} - a_2^{1(n-1)} X_{(n+2)} - \dots - \\ & - a_2^{11} X_{n+n} - \dots - a_m^{1n} X_{(m,n-n+1)} - a_m^{1(n-1)} X_{(m,n-n+2)} - \dots - a_m^{11} X_{(m,n)} + \beta_1^{1n} u_1 + \\ & + \beta_2^{1n} u_2 + \dots + \beta_l^{1n} u_l \end{aligned}$$

(A.4)

$$\begin{aligned} \dot{X}_{(n+1)} = & -a_1^{2n} X_1 - a_1^{2(n-1)} X_2 - \dots - a_1^{21} X_n - a_2^{2n} X_{(n+1)} - a_2^{2(n-1)} X_{(n+2)} - \dots - \\ & a_2^{21} X_{n+n} - \dots - a_m^{2n} X_{(m,n-n+1)} - a_m^{2(n-1)} X_{(m,n-n+2)} - \dots - a_m^{21} X_{(m,n)} + \beta_1^{2n} u_1 + \\ & + \beta_2^{2n} u_2 + \dots + \beta_l^{2n} u_l \end{aligned}$$

$$\vdots$$

$$\begin{aligned}
\dot{X}_{(m,n)} = & -a_1^{mn} X_1 - a_1^{m(n-1)} X_2 - \dots - a_1^{m1} X_n - a_2^{mn} X_{(n+1)} - a_2^{m(n-1)} X_{(n+2)} - \dots - \\
& - a_2^{m1} X_{n+n} - \dots - a_m^{mn} X_{(m,n-n+1)} - a_m^{m(n-1)} X_{(m,n-n+2)} - \dots - a_m^{m1} X_{(m,n)} + \\
& + \beta_1^{mn} u_1 + \beta_2^{mn} u_2 + \dots + \beta_l^{mn} u_l
\end{aligned}$$

Desta forma, o conjunto de m EDOs de ordem n (A. 1) passa a ser representado pelo conjunto de $m.n$ EDOs de primeira ordem (A. 4) que pode ser colocado na forma matricial:

$$\begin{aligned}
\dot{X} &= \mathbf{A}X + \mathbf{B}u \\
Y &= \mathbf{C}X + \mathbf{D}u
\end{aligned} \tag{A.5}$$

onde:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix}
0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\
\vdots & & & & & & & & & & & & \vdots \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-a_1^{1n} & -a_1^{1(n-1)} & \dots & -a_1^{11} & -a_2^{1n} & -a_2^{1(n-1)} & \dots & -a_2^{11} & \dots & -a_m^{1n} & -a_m^{1(n-1)} & \dots & -a_m^{11} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\vdots & & & & & & & & & & & & \vdots \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-a_1^{2n} & -a_1^{2(n-1)} & \dots & -a_1^{21} & -a_2^{2n} & -a_2^{2(n-1)} & \dots & -a_2^{21} & \dots & -a_m^{2n} & -a_m^{2(n-1)} & \dots & -a_m^{21} \\
\vdots & & & & & & & & & & & & \vdots \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
-a_1^{mn} & -a_1^{m(n-1)} & \dots & -a_1^{m1} & -a_2^{mn} & -a_2^{m(n-1)} & \dots & -a_2^{m1} & \dots & -a_m^{mn} & -a_m^{m(n-1)} & \dots & -a_m^{m1}
\end{bmatrix} \tag{A.6}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \beta_1^{11} & \beta_2^{11} & \dots & \beta_l^{11} \\ \beta_1^{12} & \beta_2^{12} & & \beta_l^{12} \\ \vdots & & & \vdots \\ \beta_1^{1n} & \beta_2^{1n} & \dots & \beta_l^{1n} \\ \beta_1^{21} & \beta_2^{21} & \dots & \beta_l^{21} \\ \vdots & & & \vdots \\ \beta_1^{2n} & \beta_2^{2n} & \dots & \beta_l^{2n} \\ \vdots & & & \vdots \\ \beta_1^{mn} & \beta_2^{mn} & \dots & \beta_l^{mn} \end{bmatrix} \quad (\text{A.7})$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \beta_1^{10} & \beta_2^{10} & \dots & \beta_l^{10} \\ \vdots & & & \vdots \\ \beta_1^{1n} & \beta_2^{1n} & \dots & \beta_l^{1n} \end{bmatrix} \quad (\text{A.8})$$

A escolha da matriz \mathbf{C} depende da informação que se deseja extrair do sistema de EDOs.

APÊNDICE B.

DADOS UTILIZADOS NAS SIMULAÇÕES

<i>Variável</i>	<i>Valor</i>	<i>Unidade (SI)</i>	<i>Descrição</i>
m_C	100	kg	Massa do sistema que se deseja isolar.
m_A	100	kg	Massa absorvedora.
m_B	30	kg	Massa da barra.
m_m	6	kg	Massa do motor.
l	5	m	Comprimento da barra.
J	62,5	kg.m ²	Momento de inércia da barra. $\left\{ \frac{1}{12} m_B (a^2 + l^2) \right\}$
a	0,05	m	Aresta da seção transversal da barra. $\{a = 0,01l\}$
k_A	1.000	N/m	Rigidez do apoio localizado na extremidade da barra.
k_B	20.000	N/m	Rigidez do apoio localizado no centro da barra. $\{k_B = 20k_A\}$

c_A	100	N.s/m	Amortecimento viscoso do apoio localizado na extremidade da barra.
c_B	2.000	N.s/m	Amortecimento viscoso do apoio localizado no centro da barra. $\{c_B = 20c_A\}$
T_m	0,0395	s	Constante de ganho do servomotor. $\left\{ T_m = \frac{R_a J_{mc}}{\left(R_a c_{mc} + \frac{Tq}{i_a} K_b \right)} \right\}$
K_m	12.7707	(v.s) ⁻¹	Constante de tempo do servomotor. $\left\{ K_m = \frac{\frac{Tq}{i_a}}{\left(R_a c_{mc} + \frac{Tq}{i_a} K_b \right)} \right\}$
R_a	0,13	Ω	Resistência de armadura do servomotor.
i_a	12	A	Corrente de armadura do servomotor.
Tq	0,7457	N.m	Torque desenvolvido pelo servomotor.
K_b	$7,83 \times 10^{-2}$	v.s	Constante de força contra-eletromotriz do servomotor.
J_{mc}	$1,87 \times 10^{-3}$	Kg.m ²	Momento de inércia equivalente do servomotor e da carga referido ao eixo do servomotor.
c_{mc}	0,01	N.m.s/ rad	Coefficiente de atrito viscoso equivalente do servomotor e da carga referido ao eixo do servomotor.
L_P	0,01	m/rad	Passo da hélice do parafuso sem-fim.

APÊNDICE C.

ROTINA MATLAB PARA DETERMINAÇÃO DOS MODELOS USADOS NAS SIMULAÇÕES

Rotina MATLAB: *DadoTese.m*

```
clc
clear all

% Dados da Planta
ma=100;
mc=1.0*ma;
mb=30;
mm=6;
l=5;
a=0.01*l;
J=(1/12)*mb*((a^2)+(l^2));
ka=1000;kb=20*ka;
ca=100;cb=20*ca;
lm=.2;
ls=1;
m=ma+mb+mm+mc;
ct=ca+cb;
kt=ka+kb;
eta=(ma-mc)*(l/2);
mi=((l/2)^2)*(ma+mc)+J;
x0=lm+(ls/2)+(m/kb);
g=9.8182;
mbarra=236;
defb=(mbarra*g)/kb;

defa=((ma-mc)*g/ka);

% Amplitudes dos Sinais
```

% Massa do sistema que se deseja isolar.
% A massa absorvedora deve ter a mesma massa que o sistema.
% Massa estimada para a barra.
% Massa estimada para o motor.
% Comprimento da Barra.
% Aresta da secção da barra.
% Momento de inércia do motor
% As estimativas iniciais para as rigidez do sistema são:
% As estimativas iniciais para os amortecimentos do sistema são:
% Altura do motor
% Comprimento do Sem-fim
% Para fins de simplificação utilizaremos a seguinte convenção:

% Posição inicial do centro da barra
% Campo gravitacional da Terra
% Para o calculo do equilíbrio estático
% Deflexão da Mola em A, devido ao peso do sistema
% Como a mola em B é muito mais rígida que a mola em A,
% a deflexão devido ao peso (Componente translacional)
% desta última é desprezível com relação a 1^a
% Porém devido a rotação da barra, considerando que esta
% praticamente gira em torno do pivotamento no ponto B,
% visto que o apoio neste ponto é muito mais rígido que em A

```

Aent=1e-1;
Adis=1e-2;                                % 1e0 -> m; 1e-1 -> dm; 1e-2 -> cm; e 1e-3 -> mm

% Sinais Default
distu=7;entr=2;

% ### Definição de algumas constantes para simplificação da notação ###

k1 = 1/2*(ma-mc);k2 = 1/12*(3*(ma+mc)*l^2+mb*(a^2+l^2));
F1 = ka*defa+kb*defb-m*g;F2 = k1*g;DenL = -k2*m+k1^2;

%          ### Sistema de Controle          ###

%      Dados do Motor, determinados a partir de um catálogo da
% Pacific Scientific, para o modelo:
%
%      Low Voltag - PMDC Motor - BA3616-7041-48B - 12 volts

ia=12;Ra=.13;La=1.22e-3;Tq=0.7457;Kb=7.8304e-2;Jm=9.3645e-4;cm=0;
K=Tq/ia;                                % Logo, a constante de torque 'K' vale:
Jc=Jm;cc=1e-2;                            % Dados estimados para carga
Jmc=Jm+Jc;cmc=cm+cc;                       % Logo, temos que;
Km=K/(Ra*cm+K*Kb);                          % Const. de ganho do Motor
Tm=(Ra*Jmc)/(Ra*cmc+K*Kb);                   % Const. de tempo do Motor

Lp=.01;                                    % Passo do Parafuso Sem-Fim

% Para o Motor:
Nm=Km;Dm=[Tm 1 0];                        % Função de Transf. do Motor {Gm(s)}
Am=[0 1;0 -(1/Tm)];                        % Espaço de Estados do Motor, com a saída
Bm=[0;(Km/Tm)];Cm=[1 0];Em=0;             % sendo o deslocamento angular TETA.

Np=Lp;Dp=1;                                % Função de Transf. do Parafuso Sem-Fim {Gp(s)}

% #####
% #####
% #####  M O D E L O  L I N E A R I Z A D O  #####
% #####
% #####

%      O modelo nao linear do sistema de alavanca e' dado por duas equações diferenciais
% ordinárias não lineares com duas variáveis (q1 e q2) duas funções de excitação (d e Xu)
% e derivadas de ate segunda ordem tanto das variáveis quanto das excitações.
%      Linearizando as duas equações através de truncamento da expansão em serie de Taylor
% de cada equação, obtém-se duas EDOs lineares da seguinte forma:
%
%      [I].[q"] = [R].[q] + [S].[q'] + [F].[d d' Xu Xu' Xu"]'
%
%      Sabendo-se ainda que Xu = TETAm . Lp e com a EDO que descreve a dinâmica do motor,
% chega-se finalmente a três EDOs Lineares com três variáveis (q1, q2 e TETAm), apresentando
% ate segunda derivada, e duas entradas (ou excitações ) (ea e d ), aparecendo também a primeira
% derivada de d. As equações são da forma:
%
% q1'' + a111.q1' + a112.q1 + a211.q2' + a212.q2 + a311.TETAm' + a312.TETAm = b112.ea + b211.d' + b212.d
% q2'' + a121.q1' + a122.q1 + a221.q2' + a222.q2 + a321.TETAm' + a322.TETAm = b122.ea + b221.d' + b222.d
% TETAm'' + a331.TETAm' = b132.ea
%
% onde os termos aijk e bijk são dados em função dos termos resultantes da linearização e dos
% coeficientes da EDO do servomotor.

```

```

%
% Os termos resultantes da linearização são:

R11 = (-k2*(-ka-l*kb)-(l/2)*k1*ka)/DenL;
R12 = ((l/2)*k2*ka-(l/2)^2*k1*ka)/DenL;
R21 = ((l/2)*m*ka+k1*(-ka-l*kb))/DenL;
R22 = (((l/2)^2)*m*ka-(l/2)*k1*ka)/DenL;

S11 = (-k2*(-ca-cb)-(l/2)*k1*ca)/DenL;
S12 = ((l/2)*k2*ca-(l/2)^2*k1*ca)/DenL;
S21 = ((l/2)*m*ca+k1*(-ca-cb))/DenL;
S22 = (((l/2)^2)*m*ca-(l/2)*k1*ca)/DenL;

F11 = (-k2*(ka+l*kb)+(l/2)*k1*ka)/DenL;
F12 = (-k2*(ca+cb)+(l/2)*k1*ca)/DenL;
F13 = (-k2*l*kb)/DenL;
F14 = (-k2*cb)/DenL;
F15 = (-k2*mm)/DenL;
F21 = (-(l/2)*m*ka+k1*(ka+l*kb))/DenL;
F22 = (-(l/2)*m*ca+k1*(ca+cb))/DenL;
F23 = (k1*l*kb)/DenL;
F24 = (k1*cb)/DenL;
F25 = (k1*mm)/DenL;

% e, os termos aijk, bijk são:

a111 = -S11;
a112 = -R11;
a211 = -S12;
a212 = -R12;
a311 = -Lp*F14+(Lp*F15)/Tm;
a312 = -Lp*F13;
a121 = -S21;
a122 = -R21;
a221 = -S22;
a222 = -R22;
a321 = -Lp*F24+(Lp*F25)/Tm;
a322 = -Lp*F23;
a331 = 1/Tm;

b112 = Lp*F15*Km/Tm;
b211 = F12;
b212 = F11;
b122 = Lp*F25*Km/Tm;
b221 = F22;
b222 = F21;
b132 = Km/Tm;

% A partir destes termos, pode-se calcular os coeficientes BETAijk que irão compor a
% matriz B do espaço de estados.

BETA112 = b112;
BETA122 = b122;
BETA132 = b132;
BETA211 = b211;
BETA221 = b221;
BETA212 = b212-a111*b211-a211*b221;
BETA222 = b222-a121*b211-a221*b221;

```

```

% As matrizes da equação de estado são dadas então por:

A = [0 1 0 0 0 0;-a112 -a111 -a212 -a211 -a312 -a311;0 0 0 1 0 0;...
      -a122 -a121 -a222 -a221 -a322 -a321;0 0 0 0 0 1;0 0 0 0 0 -a331];

% Com relação a matriz B, temos duas possibilidades;
% 1º. Considerando-se ea e d como entradas, temos:

B = [0 BETA211;BETA112 BETA212;0 BETA221;BETA122 BETA222;0 0;BETA132 0];

% 2º. Considerando-se apenas ea como entrada e d como distúrbio, tem-se uma equação
% de estado do tipo:
%
%  $x' = A.x + B2.u + H.d;$ 
%
% onde B2 corresponde a 1ª coluna de B (B2 = B(:,1)) e H corresponde a 2ª coluna
% de B (H = B(:,2)).

% A equação linearizada para a saída é' dada por:  $Xc = q1 - (1/2)*q2.$ 
%
% Os espaços resultantes são:
%
% X1 = q1
% X2 = q1' - b211.d
% X3 = q2
% X4 = q2' - b211.d
% X5 = TETAm
% X6 = TETAm'
%
% logo, a matriz C é dada por:

C = [1 0 -1/2 0 0 0];

% tem-se ainda que:

D = [0 0];

Ml = ss(A,B,C,D); % Modelo linearizado na forma de sistema
[NL,DL] = ss2tf(A,B(:,1),C,0);G1=tf(NL,DL); % Função de transferência de ea -> Xc
[NdL,DdL] = ss2tf(A,B(:,2),C,0);Gdl=tf(NdL,DdL); % Função de transferência de d -> Xc

% #####
% #####
% ##### MODELO SIMPLIFICADO #####
% #####
% #####

% O modelo simplificado do sistema de alavanca é dado pela seguinte equação matricial:
%
%  $[MMs]q'' + [MCs]q' + [MKs]q = [MFs].\{xu'' xu' xu d' d\}'$ 
%
% onde:

MMs=[m (1/2)*(ma-mc);(1/2)*(ma-mc) (1/2)^2*(ma-mc)+J];
MCs=[ca+cb (1/2)*ca;(1/2)*ca (1/2)^2*ca];
MKs=[ka+kb (1/2)*ka;(1/2)*ka (1/2)^2*ka];
MFs=[mm cb kb (ca+cb) (ka+kb);0 0 0 (1/2)*ca (1/2)*ka];

% Substituindo:

```

```

%
%      Xu'' = -Lp/Tm . TETAm' + Lp.Km/Tm. ea
%      Xu' = Lp. TETAm'
%      Xu = Lp. TETAm
%
% podemos colocar o modelo simplificado na seguinte forma
%
%      [I].[q''] = [Rs].[q] + [Ss].[q'] + [Dmot].[TETAm' TETAm]' + [Fs].[ea d' d]'
%
% onde:
%
%      [Rs] = inv(MMs) * -[MKs]
%      [Ss] = inv(MMs) * -[MCs]
%      [Dmot] = inv(MMs) * [MDm]
%      [Fs] = inv(MMs) * [MF1s]
%
MDm = [-mm*Lp/Tm + cb*Lp kb*Lp;0 0];MF1s=[mm*Lp*Km/Tm MFs(1,4) MFs(1,5);MFs(2,3) MFs(2,4) MFs(2,5)];
Rs = inv(MMs) * -MKs;Ss = inv(MMs) * -MCs;Dmot = inv(MMs) * MDm;Fs = inv(MMs) * MF1s;
%
%      Incluindo-se a equação de estados do motor, obtemos finalmente:
%
%      [I].[q''] = [Rs].[q] + [Ss].[q'] + [Dmot].[TETAm' TETAm]' + [Fs].[ea d' d]'
%      TETAm'' = -1/Tm.TETAm' + Km/Tm. ea
%
%      Dai, chega-se finalmente às três EDOs Lineares, com três variáveis (q1, q2 e TETAm), apresentando
%      ate segunda derivada, e duas entradas (ou excitações) (ea e d), aparecendo também a primeira
%      derivada de d. As equações, assim como no modelo simplificado, são da forma:
%
%      q1'' + as111.q1' + as112.q1 + as211.q2' + as212.q2 + as311.TETAm' + as312.TETAm = bs112.ea + bs211.d' + bs212.d
%      q2'' + as121.q1' + as122.q1 + as221.q2' + as222.q2 + as321.TETAm' + as322.TETAm = bs122.ea + bs221.d' + bs222.d
%      TETAm'' + as331.TETAm' = bs132.ea
%
% O termos as_ijk e bs_ijk; são dados por:
%
as111 = -Ss(1,1);
as112 = -Rs(1,1);
as211 = -Ss(1,2);
as212 = -Rs(1,2);
as311 = -Dmot(1,1);
as312 = -Dmot(1,2);
as121 = -Ss(2,1);
as122 = -Rs(2,1);
as221 = -Ss(2,2);
as222 = -Rs(2,2);
as321 = -Dmot(2,1);
as322 = -Dmot(2,2);
as331 = 1/Tm;
%
bs112 = Fs(1,1);
bs211 = Fs(1,2);
bs212 = Fs(1,3);
bs122 = Fs(2,1);
bs221 = Fs(2,2);
bs222 = Fs(2,3);
bs132 = Km/Tm;
%
%      A partir destes termos, pode-se calcular os coeficientes BETAs_ijk que irão compor a
%      matriz Bs do espaço de estados.

```

```

BETAs112 = bs112;
BETAs122 = bs122;
BETAs132 = bs132;
BETAs211 = bs211;
BETAs221 = bs221;
BETAs212 = bs212-as111*bs211-as211*bs221;
BETAs222 = bs222-as121*bs211-as221*bs221;

% As matrizes da equação de estado são dadas então por:

As = [0 1 0 0 0 0;-as112 -as111 -as212 -as211 -as312 -as311;0 0 0 1 0 0;...
      -as122 -as121 -as222 -as221 -as322 -as321;0 0 0 0 1;0 0 0 0 0 -as331];

% Com relação a matriz Bs, temos duas possibilidades;
% 1º. Considerando-se ea e d como entradas, temos:

Bs = [0 BETAs211;BETAs112 BETAs212;0 BETAs221;BETAs122 BETAs222;0 0;BETAs132 0];

% 2º. Considerando-se apenas ea como entrada e d como distúrbio, tem-se uma equação
% de estado do tipo:
%
%  $xs' = As.xs + Bs2.u + Hs.d;$ 
%
% onde Bs2 corresponde a 1ª coluna de Bs ( $Bs2 = Bs(:,1)$ ) e Hs corresponde a 2ª coluna
% de Bs ( $Hs = Bs(:,2)$ ).

% A equação linearizada para a saída é dada por:  $Xc = q1 - (1/2)*q2.$ 
%
% Os espaços resultantes são:
%
%  $Xs1 = q1$ 
%  $Xs2 = q1' - bs211.d$ 
%  $Xs3 = q2$ 
%  $Xs4 = q2' - bs211.d$ 
%  $Xs5 = TETAm$ 
%  $Xs6 = TETAm'$ 
%
% logo, a matriz Cs e' dada por:

Cs = [1 0 -1/2 0 0 0];

% tem-se ainda que:

Ds = [0 0];

Ms = ss(As,Bs,Cs,Ds); % Modelo simplificado na forma de sistema
[NS,DS] = ss2tf(As,Bs(:,1),Cs,0);Gs=tf(NS,DS); % Função de transferencia de ea -> Xc
[NdS,DdS] = ss2tf(As,Bs(:,2),Cs,0);Gds=tf(NdS,DdS); % Função de transferencia de d -> Xc

```