

# UMA PROPOSTA DE SLAM COM DETERMINAÇÃO DE INFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS DO AMBIENTE

DIOGO P. F. PEDROSA\*, ADELARDO A. D. MEDEIROS\*, PABLO J. ALSINA\*

\*DCA – CT – UFRN  
59078-900, Natal, RN, Brasil

Emails: diogo@dca.ufrn.br, adelardo@dca.ufrn.br, pablo@dca.ufrn.br

**Abstract**— This work presents a solution proposal to SLAM problem without using stochastic mapping methods. The main idea is representing an indoor environment by an hybrid map, where each graph node corresponds to local environment (room or corridor) and each edge is a link between two local environments (open doors). These local open spaces are described by metrical informations which are obtained from a set of sonars measurements treated by Generalized Hough Transform. The local metrical description is applied to robot pose update during the environment exploration and mapping tasks.

**Keywords**— Hybrid map, localization, Generalized Hough Transform, mobile robot.

**Resumo**— Este trabalho apresenta uma proposta de solução para o problema do SLAM sem a adoção da representação estocástica comumente utilizada na literatura. A idéia principal é representar o ambiente interno por um mapa híbrido, no qual cada nó do grafo corresponde a um ambiente local (sala ou corredor) e cada aresta, uma conexão entre estes ambientes. Os ambientes locais são descritos por informações métricas extraídas de um conjunto de pontos coletados por sonares e tratados pela Transformada Generalizada de Hough. Estas descrições métricas auxiliam no processo de correção da pose do robô enquanto ele explora o ambiente e constrói o mapa.

**Palavras-chave**— Mapa híbrido, localização, Transformada Generalizada de Hough, robô móvel.

## 1 Introdução

As pesquisas com robótica móvel frequentemente direcionam seus esforços para o desenvolvimento de agentes autônomos capazes de interagir com o seu ambiente de trabalho. Neste sentido, é imprescindível que os robôs tenham a capacidade de localizar-se com aceitável precisão em relação a um sistema global de referência.

Metodologias de localização advogam que é necessário que o robô tenha o conhecimento do seu espaço de trabalho para determinar a sua pose eficientemente. Porém, nem sempre é possível dispor *a priori* de um mapa do ambiente, o que obriga o robô a construir a sua própria representação, seja ela métrica, topológica ou a híbrida. O grande problema é que há um acoplamento entre as tarefas de localização e de mapeamento: construir o mapa exige o conhecimento da pose do robô e para determinar a pose é necessário ter uma representação do ambiente.

Nos últimos anos houve um crescente interesse da comunidade de robótica para a resolução deste problema não-trivial, denominado de SLAM (*Simultaneous Localization and Mapping*). Uma das primeiras propostas foi apresentada por Smith et al. (1990), os quais utilizaram uma abordagem estocástica para o mapeamento, permitindo a aplicação do Filtro de Kalman para manter uma estimativa simultânea da pose do robô e do mapa. Esta abordagem tem a garantia de convergência, como demonstrado por Dissanayake et al. (2001), mas ela tende a se tornar computacionalmente custosa devido ao aumento da dimensão do vetor de estado do sistema para cada nova marca

descoberta. Uma interessante proposta para a redução deste esforço foi apresentada por Williams et al. (2002) através da utilização de *frames* locais para referenciar um certo conjunto de marcas. O vetor de estado do sistema é então incrementado pela posição global desses *frames*, o que permite mapear extensas áreas ou até mesmo ambientes com vários objetos que podem ser coletadas pelos sensores do robô.

Embora haja uma maior tendência para a utilização da teoria da filtragem, outras metodologias de resolução podem ser adotadas. Duckett (2003) propôs a utilização de algoritmo genético para a resolução do SLAM, tratando-o como um problema de otimização global. A desvantagem, segundo o próprio autor, é ainda o esforço computacional gasto para obter uma representação acurada. Frese et al. (2005) apresentaram uma solução utilizando a metodologia de minimização de erro quadrático, modificada de forma a permitir atuação em tempo real. Já Schoroter et al. (2004), dentro de uma filosofia mais simplificada, utilizaram a correção em tempo real dos erros de odometria para a construção do mapa.

O objetivo deste trabalho é propor uma abordagem simples para a resolução do problema de SLAM. O tipo de ambiente utilizado é o interno e as informações sensoriais são obtidas apenas por sonares e *encoders*. Optou-se por utilizar uma representação híbrida para o ambiente, pois desejava-se: (1) representar toda a conectividade do espaço de trabalho através de uma estrutura compacta (grafo) e (2) estimar a pose do robô móvel com relação a qualquer sistema de referência local que possa ser definido no ambiente.

A idéia principal da proposta aqui apresentada é fazer com que cada nó do grafo que representa o ambiente armazene um conjunto de informações geométricas capazes de descrever completamente um determinado espaço local. Tais dados são obtidos por Transformada de Hough e de forma descorrelacionada de outros ambientes anteriormente encontrados. Uma observação é que isto é realizado de forma *on line*. Estes dados podem ser utilizadas juntamente com informações sensoriais para corrigir a pose do robô dentro de uma precisão estabelecida.

As próximas seções estão divididas da seguinte forma: a seção 2 mostra o modelo adotado para a representação do ambiente de trabalho; a seção 3 descreve como as informações geométricas de um ambiente local específico são determinadas; na seção 4 é apresentada a metodologia de mapeamento e a forma como o robô pode atualizar a sua pose; um exemplo deste procedimento é apresentado em uma simulação na seção 5; e por fim, as devidas conclusões e perspectivas futuras estão na seção 6.

## 2 Representação do Ambiente

Intuitivamente, uma boa representação do ambiente através de um grafo é aquela que captura a estrutura dos seus espaços livres e de suas relações de conectividade e adjacência, como o mapa apresentado por Fabrizi and Saffiotti (2002). Eles representam o ambiente como um conjunto de espaços abertos (salas e corredores) conectados por passagens estreitas (portas e junções). Para isto, eles dispõem de uma grade de ocupação previamente construída onde, na qual, são aplicadas técnicas de processamento de imagem para extrair a forma do espaço livre e a sua topologia.

Este artigo utiliza uma representação métrico-topológica para descrever o ambiente do robô, com forte inspiração no trabalho de Fabrizi and Saffiotti (2002). O mapa topológico foi escolhida como um grafo não direcionado  $M = \langle A, P \rangle$ , onde  $A$  é uma lista de espaços abertos (salas ou corredores) e  $P$  é uma lista de passagens.

Cada elemento da lista de ambientes armazena um conjunto de informações métricas que descreve a geometria do ambiente local, o que dá o caráter métrico da representação híbrida. De uma maneira generalista, estas informações são: uma posição de referência para o ambiente local, uma orientação em relação a um eixo fixo de referência global e informações sobre a dimensão do ambiente nos eixos  $x$  e  $y$ . Como a proposta se aplica para ambientes internos estruturados, é assumido que a forma geométrica padrão dos ambientes locais é retangular (intuitivamente, este é o formato mais comum de salas e corredores em ambientes internos). Assim, um elemento do con-

junto  $A$  pode ser descrito pelo vetor:

$$\mathbf{a}_i = [x, y, l, h]^T$$

com  $i = 1, 2, \dots, n$ , onde  $n$  é o número de ambientes,  $\mathbf{a}_i$  é o  $i$ -ésimo ambiente local da lista,  $x$  e  $y$  são as coordenadas deste ambiente particular com relação a um *frame* global,  $l$  é a largura (maior dimensão em relação ao eixo  $x$  global) e  $h$  é a altura do ambiente (maior dimensão em relação ao eixo  $y$  global). A orientação do ambiente com relação ao eixo das abscissas foi desconsiderada por ser assumido que os eixos de todos os espaços abertos são paralelos entre si (mesma simplificação utilizada por Arleo et al. (1999) e por Monteiro and Ribeiro (2002)). No entanto, salienta-se que tais considerações aplicadas para esta proposta não são absolutas. Assim, informações sobre deslocamentos angulares ou novas geometrias dos ambientes locais podem ser facilmente adicionadas ao mapa.

Os elementos da lista de passagens também possuem informações métricas cujos objetivos são fornecer posições para que o robô possa mudar de ambiente e servir de âncora para que ele possa relacionar as informações geométricas locais de novos ambientes com as informações geométricas globais do mapa topológico, obtendo assim um mapa final coerente. Uma passagem é dada por:

$$\mathbf{p}_j = [i_{\text{orig}}, i_{\text{dest}}, t, v, d]$$

com  $j = 1, 2, 3, \dots, m$ , onde  $m$  é o número de passagens do ambiente total,  $\mathbf{p}_j$  é a  $j$ -ésima passagem da lista,  $i_{\text{orig}}$  e  $i_{\text{dest}}$  são os identificadores dos ambientes locais de origem e destino do robô, respectivamente;  $t$  indica em que tipo de parede, em relação ao centro do ambiente  $i_{\text{orig}}$ , a passagem se encontra (ou seja, parede superior, inferior, esquerda ou direita);  $v$  indica uma coordenada  $x$  ou  $y$  para referência da passagem (exemplo: se a parede é do tipo superior, então  $v$  armazenará uma coordenada  $x$  relativa à origem da sala); por fim,  $d$  é a estimativa da dimensão (largura) da passagem.

Partindo do pressuposto que o robô inicialmente desconhece o ambiente e utilizando estratégias de exploração, as informações geométricas dos espaços abertos são adquiridas e, de forma incremental, é criado o grafo  $M$  representando o mapa topológico do ambiente de trabalho total. Nas próximas seções são descritos como estas tarefas são realizadas.

## 3 Determinação da Geometria Local

A transformada de Hough é uma técnica utilizada para a determinação de curvas que podem ser extraídas de um conjunto de pontos. Normalmente ela é aplicada no âmbito do processamento de imagens para a determinação de retas ou de qualquer outra curva que possa ser descrita analiticamente. Ela tem a vantagem de possuir uma boa imunidade a ruídos e a precisão do seu resultado pode

ser ajustada de acordo com a discretização adotada para o espaço de busca desejado (Gonzalez and Woods, 2000). Uma extensão desta transformada, chamada de Transformada Generalizada de Hough (Ballard, 1981), pode ser adotada para reconhecer qualquer forma geométrica parametrizável a partir de um conjunto de pontos.

Este trabalho propõe a utilização da Transformada Generalizada de Hough para detectar o melhor retângulo que se adequa a um conjunto de pontos. Para tanto, os retângulos são descritos através do vetor:

$$\mathbf{r} = [x_c, y_c, \theta, l, h]^T$$

onde  $x_c$  e  $y_c$  denotam o centro do retângulo,  $\theta$  é a orientação do retângulo com relação ao eixo das abscissas,  $l$  é a largura do retângulo e, por fim,  $h$  é a altura do retângulo.

Assim, tendo um conjunto de pontos  $(x, y)$  e os espaços de busca apropriados para todos os elementos do retângulo, aplica-se o algoritmo a seguir para obter o vetor  $\mathbf{r}$  desejado.

```

Para cada  $(x_i, y_i)$  fornecido
| Para cada possível largura  $l_j$ 
| | Para cada possível altura  $h_k$ 
| | | Para cada possível orientação  $\theta_m$ 
| | | | Calcular os quatro vértices do retângulo
| | | | definido por  $(x_i, y_i, \theta_m, l_j, h_k)$ 
| | | | Para cada par consecutivo de vértices
| | | | | Determinar todos os valores  $x_n$  e  $y_n$ 
| | | | | no segmento de reta entre os
| | | | | dois vértices;
| | | | | Incrementar o elemento da matriz
| | | | | acumuladora de Hough na posição
| | | | |  $x_n, y_n, \theta_m, l_j$  e  $h_k$ .
| | | | Fim
| | | Fim
| | Fim
| Fim
Fim

```

Após a execução do algoritmo, realiza-se a busca pelo elemento de maior valor na matriz acumuladora e determina-se o retângulo desejado. A desvantagem da utilização desta metodologia está no custo computacional, já que se trata de um espaço penta-dimensional. Para reduzir este esforço, adotou-se uma série de ações que podem ser encontrados no trabalho de Pedrosa (2006).

Dentro desta metodologia apresentada, o conjunto de pontos é fornecido pelos sonares do robô através de varreduras tomadas de posições distintas e aleatórias dentro de um mesmo ambiente local. É interessante que o robô tome tais medidas em diversas direções para maximizar a possibilidade de todas as paredes do espaço local serem investigadas. Caso o robô atue em uma sala vazia, teoricamente uma única varredura em todas as direções fornece uma quantidade de pontos suficiente para obter um resultado apropriado. No entanto, faz-se com que o robô realize várias co-

letas em posições distintas devido a possibilidade de falsas leituras.

Embora a utilização do sonar possa implicar em falsas reflexões para grandes ângulos de incidência, além da imprecisão em sua medida, a transformada generalizada de Hough mostra-se adequada o suficiente para fornecer o retângulo que melhor se ajusta aos pontos coletados, como comprovado na figura 1.

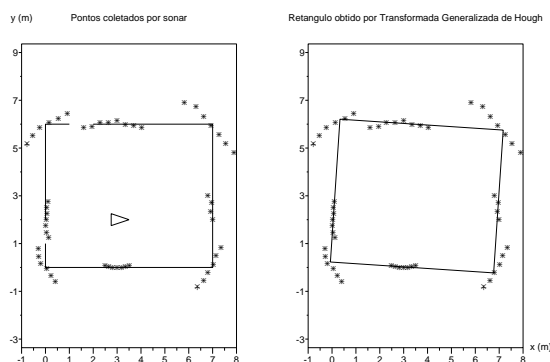


Figura 1: Retângulo obtido por Transformada de Generalizada de Hough para um conjunto de pontos coletados por sonares.

Na figura à esquerda, tem-se um ambiente local com o robô na posição  $(3, 2)$  e orientação  $0^\circ$ . Os pontos foram coletados com um único sonar em uma varredura em todas as direções, realizada a intervalos de  $5^\circ$ . Ao aplicar o algoritmo de Hough sobre eles, obteve-se o retângulo apresentado na figura à direita. Embora os resultados sejam satisfatórios para o propósito do mapeamento, eventuais discrepâncias podem ser corrigidas através da coleta de mais pontos e com o aumento da discretização da matriz de Hough.

## 4 Mapeamento Híbrido

Para realizar o mapeamento, o robô tem que basicamente efetuar dois tipos de exploração: a local, na qual um espaço aberto (sala ou corredor) é investigado em particular e a exploração global, que visa a construção da representação do ambiente na forma do grafo.

A exploração local coleta os pontos utilizando os sonares do robô para, com isso, determinar os parâmetros do retângulo que representa o espaço aberto atual, como apresentado na seção 3. Em seguida, é realizada um outro tipo de pesquisa para que sejam determinadas as posições das passagens que fazem a conexão do ambiente local atual com outros ambientes locais a serem explorados. Neste caso, como o robô possui o conhecimento da geometria local, ele utiliza essa informação para percorrer os limites da sala procurando, com o sonar, as passagens desejadas. Pode-se utilizar a heurís-

tica de rastrear as paredes a uma distância pré-especificada e fazer a comparação com a leitura do sonar. Caso uma distância muito maior que o limite estabelecido seja retornada, há a indicação da existência de uma passagem. Como o robô mantém uma estimativa de sua pose por odometria, então facilmente determina-se em que parede esta passagem foi encontrada, qual é a sua coordenada de referência e a sua largura (ver exemplo ilustrativo da figura 2).

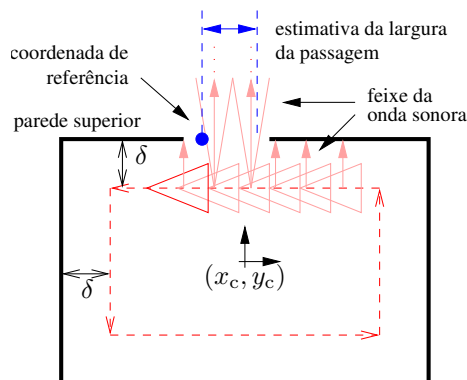


Figura 2: Exemplo ilustrativo do procedimento para determinação de passagens.

Assim, uma vez de posse das informações do retângulo que representa o ambiente local atual e da descrição de todas as suas passagens, o robô insere este novo ambiente na lista A e as passagens encontradas na lista P do mapa M. Como observação, os pontos que foram encontrados para o processo de busca das passagens podem ser incorporados à lista de pontos para que se possa refinar o retângulo que descreve o ambiente local.

Portanto, a exploração local de um ambiente faz com que, topologicamente, sejam criados um nó conectado a vários outros nós desconhecidos, ou não-visitados. Ressalta-se aqui que cada ambiente, quando é determinado, trata-se de um amapa local descorrelacionado dos outros. Ao ser inserido no mapa híbrido, são adotados procedimentos, como a utilização de pontos âncoras, para que seja mantida uma coerência global. E para este mapa global, o centro  $(x, y)$  do primeiro ambiente explorado é assumido ser a origem do novo sistema de coordenadas (antes da exploração iniciar, a pose inicial do robô é definida como origem do *frame* global).

Uma vez no ambiente inicial, o tipo de exploração a ser realizada pelo robô é baseado na busca em largura de grafos, o qual coincide com a construção do mapa topológico. Ou seja, com todas as passagens encontradas no ambiente de origem, o robô vai para uma delas, entra no novo ambiente desconhecido e repete o procedimento de exploração local. Em seguida, ele retorna para o ambiente anterior para explorar o próximo espaço local não-visitado. Enquanto houver ambiente desco-

nhecido ligado a este ambiente inicial, este procedimento é repetido. Após isso, o robô continuamente se dirige para o próximo ambiente não-explorado e retorna ao ambiente anterior até que todos os ambientes locais tenham sido investigados. Evidentemente, outras heurísticas podem ser utilizadas. No entanto, deve-se salientar que não é do interesse deste trabalho apresentar um algoritmo ótimo em termos temporais, e sim uma metodologia que retorne uma representação híbrida adequada do espaço de trabalho do robô.

Aqui é considerado que o robô tem o conhecimento de sua pose para determinar todas as informações geométricas dos espaços abertos e das passagens. Porém, esta pose é fornecida por odometria e o seu erro acumula-se com o tempo. Isto, conseqüentemente, se reflete no mapa gerado, o que torna necessário corrigir a pose do robô após uma determinada quantidade de movimentos efetuados. Para isto, são utilizadas as informações geométricas obtidas dos ambientes investigados, o que torna este trabalho uma proposta de solução para o problema de SLAM. Porém, diferentemente da abordagem estocástica utilizada com a filtragem de Kalman, aqui procura-se corrigir a pose por comparação geométrica.

A heurística utilizada neste artigo propõe que o robô inicialmente alinhe-se com algumas das paredes do ambiente local. Uma vez que ele possui o prévio conhecimento da métrica local, o robô utiliza seus sonares frontal, traseiro e laterais para verificar a que distância ele se encontra destas paredes. Assim, por proporção, pode-se determinar qual a posição relativa do robô neste ambiente e, conseqüentemente, a sua posição global.

A exigência do alinhamento implica que os sonares utilizados estarão perpendiculares, cada um, às respectivas paredes locais. Isso faz com que o robô mantenha uma precisão de 1% na sua posição corrigida, que corresponde à precisão dos sonares. Com relação à orientação, a sua atualização pode ser realizada durante a fase de busca das passagens ou então atribuindo as orientações  $0^\circ$ ,  $\pm 180^\circ$  ou  $\pm 90^\circ$ , de acordo com qual parede o robô se alinhar. Neste último caso, a orientação do robô manterá um erro máximo de  $15^\circ$ , correspondendo à metade da abertura do feixe sonoro.

Da forma similar a realizada na busca de passagens, os pontos obtidos durante a fase de correção da pose do robô podem ser incorporados ao conjunto de pontos total para que as informações geométricas locais sejam recalculadas pela transformada de Hough, fornecendo assim uma melhor representação para o ambiente.

Por fim, deve-se destacar o papel das informações métricas das passagens durante o processo de construção do mapa. Elas servem como âncoras para que se possa fixar a posição dos ambientes recém-determinados em relação ao referencial global. Ou seja, o centro do novo ambiente será calculado

lado de tal forma que uma mesma passagem vista por dois ambientes locais distintos tenha a mesma posição global. Isto permite adotar a restrição de paralelismo entre os eixos dos ambientes locais.

## 5 Simulação

Para demonstrar o método de mapeamento proposto, foi realizada uma simulação com o modelo do ambiente exemplificado na figura 3. Ressalta-se que estes são resultados preliminares e novas experiências estão sendo realizadas.

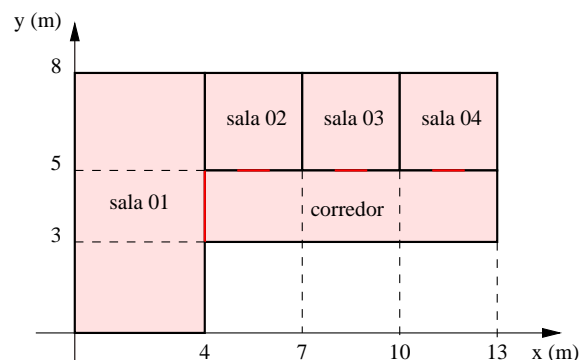


Figura 3: Modelo do ambiente utilizado para o mapeamento.

Também foi utilizado um modelo do robô móvel cuja pose é dada pela posição  $(x, y)$ , do seu centro geométrico, em relação a um sistema de referência e pela orientação  $\theta$  em relação ao eixo das abscissas. Os valores destas variáveis são corrompidos por erros acumulativos. Neste robô, foram dispostos seis ultra-sons, como indicado pela figura 4, cujos modelos são baseados nas propostas de Leonard and Durrant-Whyte (1992). Foi pressuposto que o robô possui um sistema de controle completo de trajetória que o leva de uma configuração inicial até uma outra final. Portanto, não é objetivo deste trabalho apresentar metodologias e abordagens sobre tais assuntos.

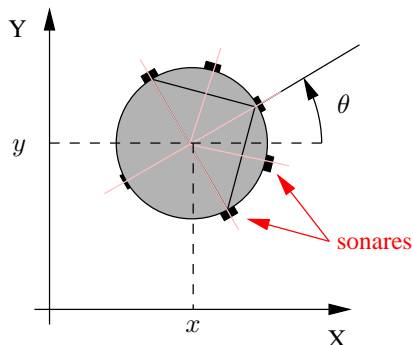


Figura 4: Modelo adotado do robô móvel.

A simulação consistiu em obter o mapa do ambiente global segundo o procedimento descrito na seção 4, porém sem a correção da pose do robô. Os

resultados apresentados consistem na representação métrica final do ambiente.

Na figura 5, o mapa é apresentado sem a utilização dos pontos âncoras para ajuste de posicionamento dos ambientes locais, portanto sem a restrição de paralelismo entre os eixos locais. Todos os mapas locais foram então determinados em relação ao ambiente inicial (adotou-se o ambiente 01). Como houve acúmulo de erro na pose do robô, os ambientes locais restantes apresentam rotações e deslocamentos em relação à origem. Salienta-se que somados aos erros de odometria estão os erros do resultado da transformada de Hough.

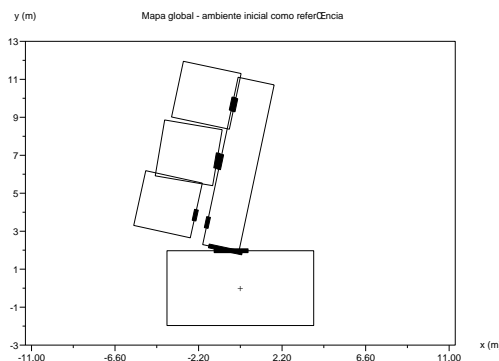


Figura 5: Mapa métrico final sem a utilização de âncoras para o posicionamento dos ambientes.

Ao adotar a posição das passagens como pontos de ajuste do posicionamento dos ambientes locais, obtém-se um mapa métrico final mais fiel ao modelo adotado, com erros relativos reduzidos. O mapa obtido é apresentado na figura 6.

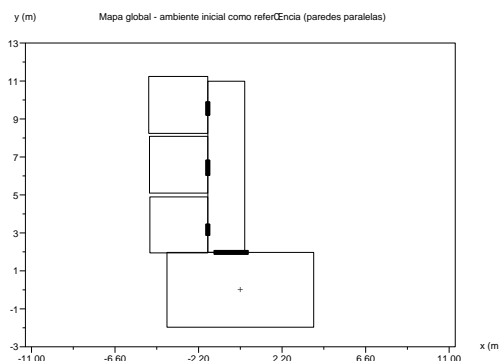


Figura 6: Mapa métrico final com a utilização de âncoras para o posicionamento dos ambientes.

## 6 Conclusões e Perspectivas

Este artigo apresentou uma metodologia de resolução do problema de localização e mapeamento simultâneos através exploração e obtenção de parâmetros geométricos de espaços abertos por

Transformada de Hough. O mapa obtido reflete a topologia do ambiente, onde os nós correspondem aos espaços abertos locais e as portas ou passagens destes ambientes correspondem às arestas do grafo. Cada nó armazena um conjunto de informações geométricas dos espaços explorados, fornecendo uma representação híbrida final.

Neste trabalho, assumiu-se que os ambientes locais são retangulares. Assim, esse conhecimento abstrato foi utilizado para simplificar o processo de construção do mapa, permitindo que poucos pontos sejam coletados e utilizados pela transformada. Isto tornou o método mais simples que outros equivalentes. Uma outra vantagem é que a metodologia faz a geração *on-line* do mapa topológico, contrapondo-se às propostas de Fabrizi and Saffiotti (2002) e Duckett (2003).

Embora computacionalmente custosa, a utilização da transformada generalizada de Hough da forma aqui apresentada mostrou-se rápida para o propósito geral, pois a quantidade de pontos utilizada para a execução do algoritmo é bastante inferior ao total de pontos usado em aplicações na área de processamento de imagens. Além disso, ela teve um caráter inovador: as aplicações mais comuns em mapeamento está na determinação de retas para a representação de paredes nos ambientes locais. Ressalta-se que o algoritmo apresentado é utilizado apenas para a determinação do melhor retângulo, isto após o processo de exploração local para coletar os pontos no ambiente. Contudo, para refinar a informação métrica obtida, pode-se reaplicar a transformada quando o robô possuir novos pontos.

Mesmo sendo um resultado preliminar obtido por simulação e sem utilizar a correção da pose do robô, a diferença entre os dois resultados (figuras 5 e 6) mostra a eficácia do método proposto para tarefas de mapeamento.

Há diversas perspectivas para trabalhos futuros. Primeiramente, pretende-se aplicá-la em uma plataforma real para que se possa efetuar uma análise mais precisa da eficiência do método. Além disso, é necessário tornar os espaços livres mais realistas, com a presença de obstáculos, e definir metodologias mais inteligentes para a coleta local de pontos. Também é viável uma análise mais rigorosa das fontes de erro no mapa final visando propor outras soluções mais precisas, além de investigar outras metodologias de exploração do ambiente. Além disso, estuda-se uma forma de incorporar os erros de odometria no cálculo do retângulo, utilizando assim uma abordagem probabilística para a transformada de Hough.

### Agradecimentos

O autor principal agradece à Capes pelo suporte financeiro durante o curso de doutorado.

### Referências

- Arleo, A., Millán, J. d. R. and Floreano, D. (1999). Efficient Learning of Variable-resolution Cognitive Maps for Autonomous Indoor Navigation, *IEEE Trans. on Robotics and Automation* **15**(6): 990–1000.
- Ballard, D. H. (1981). Generalizing the Hough Transform to Detect Arbitrary Shapes, *Pattern Recognition* **13**(2): 111–122.
- Dissanayake, M. W. M. G., Newman, P., Clark, S., Durrant-Whyte, H. F. and Csorba, M. (2001). A Solution to the Simultaneous Localization and Map Building (SLAM) Problem, *IEEE Trans. on Robotics and Automation* **17**(3): 229–241.
- Duckett, T. (2003). A Genetic Algorithm for Simultaneous Localization and Mapping, *ICRA*, Taipei, Taiwan.
- Fabrizi, E. and Saffiotti, A. (2002). Augmenting Topology-based Maps with Geometric Information, *Robotics and Autonomous Systems* **40**: 91–97.
- Frese, U., Larsson, P. and Duckett, T. (2005). A Multilevel Relaxation Algorithm for Simultaneous Localization and Mapping, *IEEE Trans. on Robotics* **21**(2): 196–207.
- Gonzalez, R. C. and Woods, R. E. (2000). *Processamento de Imagens Digitais*, Editora Edgard Blücher, capítulo 7.
- Leonard, J. J. and Durrant-Whyte, H. F. (1992). *Directed Sonar Sensing for Mobile Robot Navigation*, Kluwer Academic Publishers, Boston, EUA.
- Monteiro, S. T. and Ribeiro, C. H. C. (2002). Obtenção de Mapas Cognitivos para o Robô Móvel Magellan Pro, *CBA*, Natal, RN.
- Pedrosa, D. P. F. (2006). *Uma Proposta de Mapeamento Híbrido de Ambientes Internos por um Robô Móvel Autônomo*, tese de doutorado, PPgEE, UFRN, Natal, RN.
- Schoroeter, C., Boehme, H. J. and Gross, H. M. (2004). Robust Map Building for an Autonomous Robot Using Low-cost Sensors, *IROS*, The Hague, The Netherlands, pp. 5398–5403.
- Smith, R., Self, M. and Cheeseman, P. (1990). Estimating Uncertain Spatial Relationships in Robotics, *Autonomous Robot Vehicles* pp. 167–193.
- Williams, S. B., Dissanayake, G. and Durrant-Whyte, H. (2002). An Efficient Approach to the Simultaneous Localisation and Mapping Problem, *ICRA*, Washington, DC, USA.